



Determinação dos coeficientes de descarga (Cd) para vertedores retangular e triangular no IFSP – campus São Paulo

Determination of discharge coefficients (Cd) for rectangular and triangular weirs at ifsp – campus São Paulo

Thaissa Yukie Omori

Graduanda em Engenharia Civil
IFSP – Campus São Paulo
<https://orcid.org/0009-0005-0557-0947>
thaissa.omori@aluno.ifsp.edu.br

Roberto José dos Santos

Mestre em Ciências Ambientais
Professor IFSP – Campus São Paulo
<https://orcid.org/0009-0000-2824-702X>
robertomczcrb@gmail.com
ORCID 0009-0000-2824-702X

Armando Traini Ferreira

Doutor em Engenharia Civil
Professor IFSP – Campus São Paulo
<https://orcid.org/0000-0002-9502-0949>
traini@ifsp.edu.br

EDIÇÃO ESPECIAL - X ENCONTRO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA E PÓS-GRADUAÇÃO DO IFSP - CAMPUS SÃO PAULO (EICPOG)

Resumo

Este estudo teve como objetivo determinar os coeficientes de descarga (Cd) de vertedores retangular e triangular, por meio de ensaios realizados no canal hidráulico didático do Instituto Federal de São Paulo – Campus São Paulo. Os vertedores, definidos como estruturas hidráulicas formadas por uma parede com abertura de geometria específica, disposta perpendicularmente ao escoamento. Foram analisados com base nas formulações clássicas de Francis e Thomson, desconsiderando-se os efeitos de viscosidade, tensão superficial, rugosidade da parede e regime de escoamento a montante, razão pela qual se emprega o coeficiente de descarga para compensar essas aproximações e garantir maior representatividade do escoamento real. Para o tratamento dos dados experimentais, aplicou-se o Método dos Mínimos Quadrados, permitindo a estimativa dos valores de Cd. Os resultados obtidos fornecem parâmetros de referência para o cálculo de vazões e da altura da lâmina d'água, contribuindo para futuras aplicações acadêmicas e experimentais.

Palavras-chave: vertedor, canal hidráulico didático, coeficiente de descarga (Cd), dados experimentais.

Abstract

This study aimed to determine the discharge coefficients (Cd) of rectangular and triangular weirs, through tests carried out in the didactic hydraulic channel of the Federal Institute of São Paulo – São Paulo Campus. The weirs, defined as hydraulic structures formed by a wall with an opening of specific geometry, arranged perpendicularly to the flow. They were analyzed based on the classic formulations of Francis and Thomson, disregarding the effects of viscosity, surface tension, wall roughness and upstream flow regime, which is why the discharge coefficient is used to compensate for these approximations and ensure greater representativeness of the real flow. For the treatment of experimental data, the Least Squares Method was applied, allowing the estimation of Cd values. The results obtained provide reference parameters for the calculation of flow rates and water depth, contributing to future academic and experimental applications.

Keywords: weir, didactic hydraulic channel, discharge coefficient (Cd), experimental data.

Introdução

Os vertedores são estruturas hidráulicas constituídas por uma parede com abertura de geometria definida, posicionada perpendicularmente ao escoamento, de modo a elevar o nível da água a montante até formar uma lâmina sobre a soleira, sem provocar submersão. Essas estruturas são amplamente utilizadas para a medição e o controle de vazão em canais hidráulicos, como em barragens, sistemas de irrigação, estações de tratamento e em córregos naturais (Porto, 2006). Os principais parâmetros que influenciam o comportamento hidráulico de um vertedor, incluem a carga sobre a soleira, espessura, altura, comprimento e a relação entre a lâmina vertente e o nível d'água a jusante, os quais determinam os coeficientes de vazão e de descarga (Raimundo, 2008).

Nos vertedores de parede delgada, cuja espessura é pequena em comparação ao comprimento, obtêm-se medições de vazão com elevada precisão, destacando-se o vertedor triangular, recomendado para vazões inferiores a 0,03 m³/s. Já os vertedores de parede espessa atuam como uma elevação do fundo do canal, promovendo o paralelismo dos filetes de escoamento (Porto, 2006).

O coeficiente de descarga (Cd) é introduzido nas formulações clássicas de Francis e Thomson (Porto, 2006), para corrigir as diferenças entre o modelo teórico e o escoamento real, uma vez que esses modelos desconsideram os efeitos de viscosidade, tensão superficial, rugosidade da parede e regime de escoamento a montante. Segundo Azevedo Netto (2015), o valor teórico de Cd é próximo de 0,62, mas pode variar em função de fatores como a geometria do vertedor, a altura da soleira e o nível d'água.

Referencial teórico

Para a determinação do coeficiente de descarga foi utilizada a Equação (1) e (2), para vertedor retangular e triangular, respectivamente. Nessas equações, são desprezados os efeitos de viscosidade, tensão superficial, rugosidade da parede do vertedor, entre outros. Dessa forma, é utilizada o Coeficiente de descarga (Cd), para não alterar o resultado.

$$Q = \frac{2}{3} * Cd * L * \sqrt{2g} * H^{\frac{3}{2}}$$

$$Cd = \frac{3*Q}{2*L*\sqrt{2g}*H^{\frac{3}{2}}} \quad (1)$$

$$Q = \frac{8}{15} * Cd * \sqrt{2g} * \tan \frac{\theta}{2} * H^{\frac{5}{2}}$$

$$Cd = \frac{15*Q}{8*\sqrt{2g}*\tan \frac{\theta}{2}*H^{\frac{5}{2}}} \quad (2)$$

Sendo:

Cd – Coeficiente de descarga

Q – Vazão [m³/s]

L – Comprimento da soleira [m]

g – Gravidade [m³/s]

H – Altura da lâmina d'água [m]

Θ – Ângulo [°]

Para obter valores confiáveis de Coeficiente de Descarga (Cd), foi aplicado o Método dos Mínimos Quadrados, a partir de valores da lâmina d'água (H) e vazão (Q). Dessa forma, obtém-se a reta de melhor ajuste, a fim de reduzir erros nos dados experimentais e verificação da teoria.

O Método dos Mínimos Quadrados é uma técnica que permite ajustar uma equação a um conjunto de dados experimentais, neste caso, estimar os valores de C_d e n que melhor explicam a relação entre H e Q .

$$Q = C_d * k * H^n$$

Sendo:

k – constante que varia conforme a geometria do vertedor (para retangular $k = \frac{2}{3} * L * \sqrt{2g}$ e triangular $k = \frac{8}{15} * \sqrt{2g} * \tan \frac{\theta}{2}$);

n – expoente teórico, (geralmente 1,5 para vertedores retangulares e 2,5 para triangulares).

Utilizando a transformação logarítmica na equação:

$$\ln(Q) = \ln(C_d * k) + n * \ln(H)$$

$$Y = A + n * X$$

Sendo:

$Y = \ln(Q)$

$A = \ln(C_d * k)$

$X = \ln(H)$

n – coeficiente angular

As fórmulas clássicas da regressão linear são:

$$n = \frac{N \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

$$A = \bar{Y} - n * \bar{X}$$

Com A e n determinados, o coeficiente de descarga C_d pode ser calculado por:

$$A = \ln(C_d * k)$$

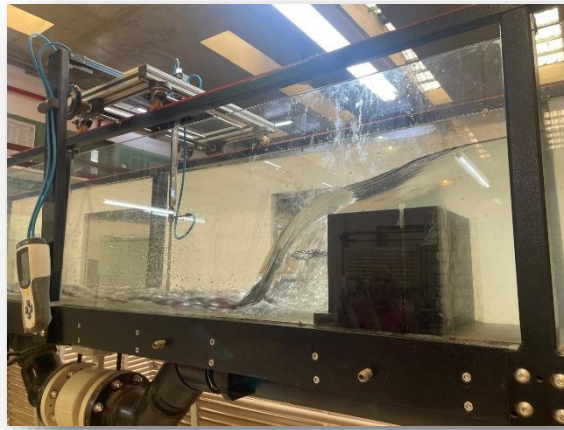
$$e^A = C_d * k \rightarrow C_d = \frac{e^A}{k}$$

Metodologia

Os ensaios experimentais foram realizados no canal hidráulico didático do laboratório de hidráulica do Instituto Federal de São Paulo (IFSP) – Campus São Paulo, utilizando vertedores de parede espessa (retangular) e triangular com ângulo de 90° (Figura 1). As simulações foram conduzidas sob duas condições de declividade (0% e 1,2%), correspondentes a ângulos de 0° e aproximadamente 0,687°, respectivamente, sendo este último valor determinado por meio de relações trigonométricas.

Figura 1

Canal hidráulico didático no laboratório de hidráulica.



Fonte: Os autores, 2025.

O equipamento permite operar em três diferentes vazões (mínima, média e máxima). Para o vertedor retangular, foram avaliadas as três vazões disponíveis, enquanto para o triangular foram utilizadas apenas as vazões mínima e média. A altura da lâmina d'água (h) foi medida para cada condição de operação, com o auxílio de uma trena.

A determinação da vazão teórica foi realizada com base na Eq. 1 para o vertedor retangular de parede espessa e Eq. 2 para o vertedor triangular.

$$Q = 1,705 * L * h^{\frac{3}{2}} \quad (\text{Eq. 1})$$

$$Q = 1,4 * tg\left(\frac{\theta}{2}\right) * h^{\frac{5}{2}} \quad (\text{Eq. 2})$$

Sendo:

Q – Vazão (m³/s)

L – Comprimento da base (m)

h - Altura da lâmina d'água (m)

θ – Ângulo de 90°

Após a coleta de dados, a análise foi conduzida no software Microsoft Excel, empregando-se o Método dos Mínimos Quadrados para o cálculo do coeficiente de descarga (Cd).

Para isso, aplicou-se a transformação logarítmica às equações correspondentes, obtendo-se os parâmetros de interesse.

$$Q = Cd * k * H^n$$

$$\ln(Q) = \ln(Cd * k) + n * \ln(H)$$

$$Y = A + n * X$$

$$A = Y - n * X$$

Sendo:

k – constante que varia conforme a geometria do vertedor (para retangular $k = \frac{2}{3} * L * \sqrt{2g}$ e triangular $k = \frac{8}{15} * \sqrt{2g} * \tan \tan \frac{\theta}{2}$);

n – expoente teórico ($n = \frac{Y_2 - Y_1}{X - X_1}$, geralmente 1,5 para vertedores retangulares e 2,5 para triangulares)

A – ln (Cd*k)

$\underline{Y}$ – Ponto médio em Y ($\underline{Y} = \frac{Y_1 + Y_2}{2}$)

$\bar{X}$ – Ponto médio em Y ($\bar{X} = \frac{X_1 + X_2}{2}$)

Com A e n determinados, o coeficiente de descarga Cd pode ser calculado por:

$$A = \ln (Cd * k)$$

$$e^A = Cd * k \rightarrow Cd = \frac{e^A}{k}$$

Resultados

O coeficiente de descarga (Cd) obtido para o vertedor de parede espessa foi de 0,577 (Tabela 1). As medições foram realizadas em condições de escoamento livre, regime permanente e sem submergência. Destaca-se ainda que a espessura da soleira, de aproximadamente 20 cm, tende a reduzir os efeitos de contração lateral, resultando em valores mais estáveis. Observou-se que o Cd permaneceu constante para as três vazões avaliadas (mínima, média e máxima), indicando que, nesse caso, o coeficiente é independente da altura da lâmina d'água.

Tabela 1 – Resultados do vertedor retangular de parede espessa para seis amostras

VERTEDOR RETANGULAR DE PAREDE ESPESSA							
n = 1,5							
k = 0,915							
Altura da lâmina d'água (m)	Vazão (m³/s)	X (ln H)	Y (ln Q)	$\bar{X}$	$\bar{Y}$	A	Cd
0,060	0,00777	-2,81341	-4,85773	-2,78114	-4,80933	-0,63762	0,577
0,064	0,00856	-2,74887	-4,76093				
0,087	0,01356	-2,44185	-4,30039	-2,43048	-4,28334	-0,62762	0,577
0,089	0,01403	-2,41912	-4,26630				
0,095	0,01548	-2,35388	-4,16844	-2,32823	-4,12996	-0,63762	0,577
0,100	0,01671	-2,30259	-4,09150				

Fonte: Os autores.

Para o vertedor triangular, os ensaios foram realizados apenas nas vazões mínima e média, visto que, na vazão máxima do equipamento, a água verte sobre ele, configurando um comportamento de vertedor misto (triangular e retangular), razão pela qual esses resultados não foram considerados.

Tabela 2 – Resultados do vertedor triangular para quatro amostras

VERTEDOR TRIANGULAR							
n = 2,5							
k = 2,362							
Altura da lâmina d'água (m)	Vazão (m³/s)	X (ln H)	Y (ln Q)	$\bar{X}$	$\bar{Y}$	A	Cd
0,100	0,004427	-2,30259	-5,41999	-2,28297	-5,37096	0,336472	0,593
0,104	0,004883	-2,26336	-5,32194				
0,127	0,008047	-2,06357	-4,82245	-2,05647	-4,81264	0,336472	0,593
0,128	0,008206	-2,05573	-4,80284				

Fonte: Os autores.

O coeficiente de descarga obtido para o vertedor triangular foi de 0,593 (Tabela 2), também em regime permanente, escoamento livre e sem submergência.

Discussão

Segundo Francis, a contração lateral em um vertedor retangular, com o bordo vertical afastado da parede do canal mais de

4h e largura $L > 3h$, é igual a um décimo da carga h. Para uma contração lateral dupla, a largura efetivamente ocupada pelo escoamento deve ser a largura geométrica da soleira diminuída em $2h/10$. (Porto, 2006, p. 388).

Estudos empíricos indicam que, para vertedores retangulares sem contração, o coeficiente de descarga se aproxima de 0,62 (Azevedo Netto, 2015). O valor experimental encontrado apresentou erro relativo de 6,94% em relação ao valor de referência. Esse desvio pode estar associado às contrações laterais provocadas pela presença de bordas junto ao vertedor, que reduzem a largura efetiva de escoamento. Dessa forma, ao considerar um valor de largura (b) superior ao efetivo, obtém-se um Cd maior. Além disso, fatores como imprecisão nas medições, falta de estabilização completa do escoamento, condições de aeração e acabamento da crista podem ter contribuído marginalmente para a diferença observada. Segundo Tracy (1957), simulações em canais em escala reduzida tendem a fornecer valores de Cd inferiores.

Em relação ao vertedor triangular, o valor de referência estabelecido pelo Instituto Mexicano de Tecnologia da Água é de 0,590, resultando em erro de apenas 0,47%. Esse pequeno desvio evidencia a elevada precisão dos resultados experimentais para o vertedor triangular.

Conclusão

Os coeficientes de descarga determinados neste estudo mostraram-se consistentes com os valores de referência da literatura, apresentando erros relativos baixos. Esses resultados evidenciam a confiabilidade dos ensaios realizados e a adequação dos métodos de cálculo empregados.

O trabalho contribui para o uso acadêmico do laboratório de hidráulica do IFSP, fornecendo valores de Cd para os vertedores retangular de parede espessa e triangular (90°). A disponibilização desses parâmetros reduz incertezas em futuros experimentos e pode subsidiar o cálculo da vazão e da altura da lâmina d'água em condições semelhantes às avaliadas.

Referências

- Azevedo Netto, J. M. (1993). *Manual de hidráulica* (7. ed.). Edgard Blücher.
- Mattos Villarroel, E. D., Flores Velázquez, J., Ojeda Bustamante, W., Iñiguez Covarrubias, M., Díaz Delgado, C., & Salinas Tapia, H. (2016). *Análisis hidráulico de un vertedor compuesto (triangular-rectangular) mediante dinámica de fluidos computacional (CFD)*. Instituto Mexicano de Tecnología del Agua.
http://repositorio.imta.mx/bitstream/handle/20.500.12013/2260/TCA_055.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Porto, R. de M. (2006). *Hidráulica básica*. Edgard Blücher.
- Raimundo, A. P. (2008). *Estruturas hidráulicas utilizadas em reservatórios de controle de cheias* (Dissertação de mestrado). Universidade de São Paulo.
https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3147/tde-14012008-113931/publico/Dissertacao_revisao_5206291.pdf
- Tracy, H. J. (1957). *Discharge characteristics of broad-crested weirs*. United States Geological Survey.
<https://pubs.usgs.gov/circ/1957/0397/report.pdf>