

## RESISTÊNCIA E RIGIDEZ DAS CONTENÇÕES LATERAIS PARA ELEMENTOS DE AÇO

**Victoria de Oliveira ROSARIO**  
Graduanda em Engenharia Civil  
IFSP – Campus Votuporanga

**Cristiane Prado MARIN**  
Mestra em Ciências e Engenharia de Materiais/USP – São Carlos  
Docente do curso de Engenharia Civil  
IFSP – Campus Votuporanga

### RESUMO

As estruturas de aço possuem ótimas propriedades, permitindo a utilização de elementos estruturais com seções esbeltas. No entanto, devido à redução na rigidez de suas seções, essas estruturas se tornam suscetíveis a deslocamentos laterais, o que requer a adoção de contenções para garantir a estabilidade estrutural. As contenções laterais desempenham um papel importante ao restringir os deslocamentos laterais, porém as normativas brasileiras relacionadas a esse assunto são frequentemente de difícil compreensão. O presente artigo tem como objetivo ser uma ferramenta para os projetistas dimensionarem as contenções laterais abordando teorias e exemplos práticos necessários para o entendimento do tema. Com as referências nacionais e internacionais encontradas, ABNT NBR 8800 (2008) e ANSI/AISC 360 (2005), os resultados são apresentados por meio de quadros com as formulações de duas normas para efeito de comparação e essas são aplicadas em exemplos de cálculo que resultam nas dimensões mínimas das seções dos elementos de contenção, ou fazem a verificação de uma seção previamente definida. Por meio dos resultados obtidos, as normas não apresentam discrepância, o que é comprovado na resolução dos exemplos, mas para a contenção nodal em pilares esse fato se altera e a norma americana passa a ser mais conservadora.

Palavras-chave: Contraventamento; Dimensionamento; Rigidez; Resistência;

## STRENGTH AND STIFFNESS OF LATERAL BRACES FOR STEEL ELEMENTS

### ABSTRACT

Steel structures have great properties, allowing the use of structural elements with slim sections. However, due to the reduction in the stiffness of their sections, these structures become more susceptible to lateral displacements, which requires the adoption of braces to ensure structural stability. Lateral braces perform an important role in restricting lateral displacements, but the Brazilian standards related to this subject are often difficult to understand. This paper aims to be a tool for designers to design lateral braces by approaching theories and practical examples necessary to understand the subject. With the national and international standards found, ABNT NBR 8800 (2008) and ANSI/AISC 360 (2005), the results are presented by means of tables with the formulations of the two standards for comparison effect and these are applied in calculation examples that result in the minimum dimensions of the sections of the bracing elements, or make

the verification of a previously defined section. Through the results obtained, the standards do not present discrepancy, which is proven in the resolution of the examples, but for nodal restraint in columns this fact changes and the American standard becomes more conservative.

Keywords: Brace; Design; Stiffness; Strength;

## Introdução

O aço é um material muito utilizado na construção civil devido a sua alta resistência, durabilidade e versatilidade. Esse material permite que se edifique obras de grandes magnitudes sem a necessidade de uma estrutura tão robusta conferindo um alto índice de esbeltez. Como citado por Pfeil (2009), o índice de esbeltez se caracteriza pela relação entre o comprimento do elemento e o seu raio de giração mínimo. O mesmo autor complementa dizendo que barras com alta esbeltez sofrem perda de estabilidade e barras com baixa esbeltez rompem por resistência do material. É por esse motivo, que se exige um maior cuidado por parte dos projetistas, uma vez que é indispensável garantir a estabilidade, rigidez e a resistência da estrutura necessárias para suportar as cargas e as condições ambientais impostas (Fruchtengarten, 2005).

Conforme Ziemian (2010), a resistência a deslocamentos laterais se refere à capacidade de uma estrutura em resistir às cargas laterais, como o vento, sem sofrer grandes deslocamentos. E segundo Pfeil (2009), a alta rigidez das estruturas confere uma pequena deslocabilidade, enquanto a baixa rigidez torna as estruturas mais suscetíveis a deslocamentos.

De acordo com Pfeil (2009), as estruturas quando submetidas a ações horizontais, como o vento e como as imperfeições de desaprumo de pilares, têm sua estabilidade garantida pelas ligações entre as peças que podem ser de dois tipos básicos, rígida e flexível.

As ligações rígidas têm transmissão integral de momento fletor, força cortante e força normal e são estáveis frente as cargas verticais e horizontais. Já em ligações flexíveis há transmissão integral de força cortante, podendo transmitir força normal, porém o momento fletor transmitido é considerado nulo. São as ligações que se aproximam do funcionamento de uma rótula e, portanto, a estabilidade lateral da edificação depende de sistemas de contraventamento (Pfeil, 2012)

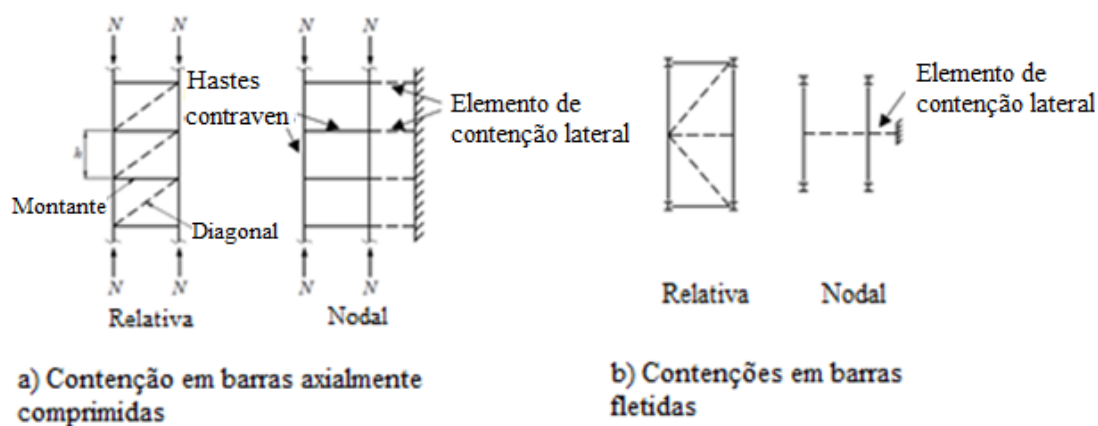
Os sistemas de contraventamento são responsáveis por garantir a estabilidade da edificação, impedindo a flambagem lateral de vigas e pilares e a torção dos elementos

fletidos (Pfeil, 2009). Para garantir a eficácia desse sistema seu dimensionamento é baseado no critério duplo resistência-rigidez desenvolvido por Winter (1960).

A resistência se baseia na relação entre o esforço solicitante e a capacidade do elemento de suportá-la. Por outro lado, a rigidez pode ser melhor compreendida por meio do coeficiente de rigidez ( $k$ ), que depende da geometria do elemento, das propriedades elásticas do material e das condições de apoio e carregamento (Pinedo, 2023).

Quanto ao dimensionamento dos sistemas de contraventamento, as normativas consideram dois tipos de contenções, conforme mostra a Figura 01.

Figura 01 - Tipos de contenções



Fonte: Adaptado de ABNT NBR 8800 (2008).

De acordo com a ABNT NBR 8800 (2008), uma contenção é considerada relativa quando há o controle do movimento de um ponto contido em relação aos pontos contidos adjacentes. Pfeil (2009) cita que, o elemento de contraventamento é conectado em uma extremidade a outro ponto contraventado adjacente para restringir o movimento.

Já uma contenção é considerada nodal, segundo a ABNT NBR 8800 (2008), quando há o controle do ponto contido sem interação com os pontos adjacentes. Pfeil (2009) cita que, nesse tipo de contenção o elemento de contraventamento é conectado em uma extremidade a um ponto do elemento contraventado e na outra a um apoio externo.

De acordo com a ABNT NBR 8800 (2008), as contenções em vigas devem impedir o deslocamento relativo das mesas, o deslocamento lateral (contenção de translação), a torção (contenção de torção) ou uma combinação entre os dois últimos.

Nesta norma também há a consideração que para vigas com curvatura reversa<sup>1</sup> o ponto de inflexão não é por si só uma contenção. A norma ainda indica que as contenções de translação nas vigas biapoiadas devem ser fixadas próximas da mesa comprimida; nas vigas em balanço na extremidade sem apoio e próximas da mesa tracionada e nas vigas com curvatura reversa próximas a ambas as mesas quando estiverem nas vizinhanças do ponto de inflexão. Já as contenções de torção podem ser nodais ou contínuas ao longo do comprimento da viga e podem ser fixadas em qualquer posição da seção transversal.

Apesar da existência de normas e literaturas brasileiras, não há clareza na rotina de cálculo disponibilizada para atingir esse objetivo. Diante dessa dificuldade, este trabalho visa apresentar uma rotina de cálculo clara e objetiva para os projetistas dimensionarem as contenções laterais abordando teorias e exemplos práticos necessários para o entendimento do tema. A seção a seguir abordará a metodologia utilizada nesse artigo para o desenvolvimento da rotina de cálculo de elementos de contenção em estruturas de aço.

## **Metodologia**

A busca pelo referencial bibliográfico foi a primeira etapa deste trabalho e resultou em diversas literaturas estrangeiras. Posteriormente, houve a leitura das bibliografias coletadas em conjunto da tradução de termos para o melhor entendimento dos conceitos apresentados.

Em seguida, pôde-se, então, compreender e comparar as rotinas de cálculo abordadas por diferentes normativas. Para isso foram elaborados quadros que expõem e comparam as fórmulas das literaturas de maneira a facilitar a apresentação da rotina de cálculo para o dimensionamento ou verificação das seções transversais dos elementos de contenção.

Os comparativos teóricos das formulações e sua aplicação em exemplos numéricos hipotéticos são apresentados nos resultados.

## **Desenvolvimento**

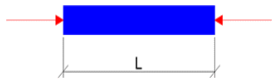
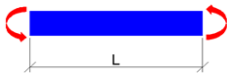
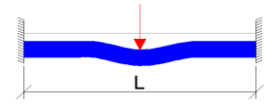
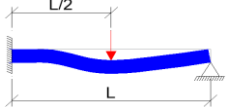
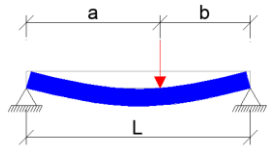
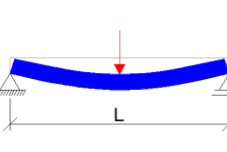
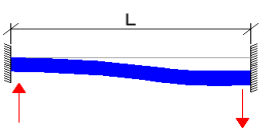
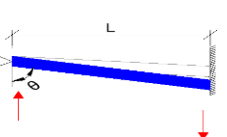
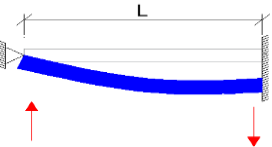
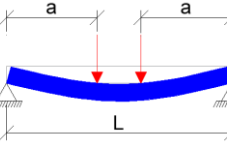
---

<sup>1</sup> Quando os momentos nos extremos giram no mesmo sentido e, portanto, possuem sinais opostos.

Para facilitar a compreensão da rotina de cálculo, foram elaborados quadros comparativos entre as referências consultadas e além disso para melhor visualização dos comparativos foram acrescentados exemplos numéricos retirados da bibliografia.

O Quadro 01 mostra as fórmulas para o cálculo do coeficiente de rigidez ( $k$ ) de barras com diferentes condições de apoio e carregamento. Esse coeficiente é utilizado igualando-o à rigidez resistente da contenção para a obtenção das dimensões da seção transversal desse elemento, como será demonstrado nos exemplos numéricos mais a seguir.

Quadro 01: Fórmulas de coeficiente de rigidez para elementos de contraventamento.

FÓRMULAS DE COEFICIENTE DE RIGIDEZ ( $k$ )			
Barra submetida a força axial		Barra submetida a torção	
	$k = \frac{A \cdot E}{L}$		$k = \frac{J \cdot G}{L}$
Barra biengastada com uma força pontual no centro do vão		Barra engastada e apoiada com uma força pontual no centro do vão	
	$k = \frac{192 \cdot E \cdot I}{L^3}$		$k = \frac{768 \cdot E \cdot I}{7 \cdot L^3}$
Barra biapoiada com uma força pontual em qualquer ponto		Barra biapoiada com uma força pontual no centro do vão	
	$k = \frac{3 \cdot E \cdot I \cdot L}{a^2 + b^2}$		$k = \frac{48 \cdot E \cdot I}{L^3}$
Barra biengastada submetida a força horizontal nos apoios		Barra inclinada engastada e apoiada submetida a força horizontal nos apoios	
	$k = \frac{12 \cdot E \cdot I}{L^3}$		$k = \frac{A \cdot E}{L} \cdot \cos^2 \theta$
Barra engastada e apoiada submetida a força horizontal nos apoios		Barra biapoiada com 2 cargas pontuais iguais e simetricamente posicionadas	
	$k = \frac{3 \cdot E \cdot I}{L^3}$		$k = \frac{6 \cdot E \cdot I}{L}$
Legenda			

k - coeficiente de rigidez	G - módulo de elasticidade transversal
A - área da seção transversal	I - momento de inércia
E - módulo de elasticidade	L - comprimento do elemento de contraentamento
J - momento polar de inércia	

Fonte: Adaptado de Pinedo (2023).

A seguir serão apresentados quadros com as principais fórmulas de resistência e rigidez mínimas necessárias para garantir a estabilidade e o desempenho adequados das contenções.

### *Pilares*

No que diz respeito às contenções relativas de pilares, as fórmulas de resistência de cálculo e rigidez necessárias são mostradas no Quadro 02.

Quadro 02: Fórmulas para contenções relativas em pilares.

<b>CONTENÇÕES RELATIVAS EM PILARES</b>		
	<b>ABNT NBR 8800 (2008)</b>	<b>ANSI/AISC 360 (2005)</b>
<b>Resistência de cálculo</b>	$F_{br} = 0,004 \cdot N_{Sd}$	$P_{br} = 0,004 \cdot P_r$
<b>Rigidez</b>	$S_{br} = \frac{2 \cdot \gamma_r \cdot N_{Sd}}{L_{bc}}$	$\beta_{br} = \frac{1}{\phi} \cdot \left( \frac{2 \cdot P_r}{L_b} \right)$
Sendo: $F_{br}$ e $P_{br}$ – força resistente de cálculo $N_{Sd}$ e $P_r$ – força axial de compressão solicitante de cálculo no pilar $S_{br}$ e $\beta_{br}$ – rigidez necessária $\gamma_r$ – coeficiente de ponderação da rigidez, igual a 1,35 $L_{bc}$ e $L_b$ – distância entre contenções, se há espaços entre contenções diferentes, adota-se o maior deles $\phi$ – fator de segurança, igual a 0,75		

Fonte: Elaborado pela Autora (2023).

As fórmulas de resistência de cálculo e rigidez necessárias das contenções nodais em pilares são expostas no Quadro 03.

Quadro 03: Fórmulas para contenções nodais em pilares.

<b>CONTENÇÕES NODAIS EM PILARES</b>		
	<b>ABNT NBR 8800 (2008)</b>	<b>ANSI/AISC 360 (2005)</b>
<b>Resistência de cálculo</b>	$F_{br} = 0,01 \cdot N_{Sd}$	$P_{br} = 0,01 \cdot P_r$
<b>Rigidez</b>	$S_{br} = \frac{2 \cdot \left(4 - \frac{2}{n}\right) \cdot \gamma_r \cdot N_{Sd}}{L_{bc}}$	$\beta_{br} = \frac{1}{\phi} \cdot \left(\frac{8 \cdot P_r}{L_b}\right)$
<p>Sendo:</p> <p><math>F_{br}</math> e <math>P_{br}</math> – força resistente de cálculo</p> <p><math>N_{Sd}</math> e <math>P_r</math> – força axial de compressão solicitante de cálculo no pilar</p> <p><math>S_{br}</math> e <math>\beta_{br}</math> – rigidez necessária</p> <p><math>n</math> – número de contenções laterais</p> <p><math>\gamma_r</math> – coeficiente de ponderação da rigidez, igual a 1,35</p> <p><math>L_{bc}</math> e <math>L_b</math> – distância entre contenções, se há espaços diferentes entre contenções, adota-se o maior deles</p> <p><math>\phi</math> – fator de segurança, igual a 0,75</p>		

Fonte: Elaborado pela Autora (2023).

### **Vigas**

As fórmulas de resistência de cálculo e rigidez necessárias das contenções de translação relativas em vigas são expostas no Quadro 04.

Quadro 04: Fórmulas para contenções de translação relativa em vigas.

<b>CONTENÇÕES DE TRANSLAÇÃO RELATIVAS EM VIGAS</b>		
	<b>ABNT NBR 8800 (2008)</b>	<b>ANSI/AISC 360 (2005)</b>
<b>Resistência de cálculo</b>	$F_{br} = 0,008 \cdot \frac{M_{Sd} \cdot C_d}{h_o}$	$P_{br} = \frac{0,008 \cdot M_r \cdot C_d}{h_o}$
<b>Rigidez</b>	$S_{br} = \frac{4 \cdot \gamma_r \cdot M_{Sd} \cdot C_d}{L_{bb} \cdot h_o}$	$\beta_{br} = \frac{1}{\phi} \cdot \left(\frac{4 \cdot M_r \cdot C_d}{L_b \cdot h_o}\right)$

<p>Sendo:</p> <p><math>F_{br}</math> e <math>P_{br}</math> – força resistente de cálculo</p> <p><math>M_{Sd}</math> e <math>M_r</math> – momento fletor solicitante de cálculo</p> <p><math>C_d</math> – igual a 1,00 exceto para contenção em barras sujeitas à flexão com curvatura reversa que vale 2,00</p> <p><math>h_o</math> – distância entre os centros geométricos das mesas</p> <p><math>S_{br}</math> e <math>\beta_{br}</math> – rigidez necessária</p> <p><math>\gamma_r</math> – coeficiente de ponderação da rigidez, igual a 1,35</p> <p><math>L_{bb}</math> e <math>L_b</math> – comprimento destravado, se há diferentes espaços entre contenções, adota-se o maior deles</p> <p><math>\phi</math> – fator de segurança, igual a 0,75</p>
--

Fonte: Elaborado pela Autora (2023).

As formulações de força resistente de cálculo e rigidez para contenções de translação nodais em vigas para a ABNT NBR 8800 (2008) e para a ANSI/AISC 360 (2005) são dadas pelo Quadro 05 abaixo:

Quadro 05: Fórmulas para contenções de translação nodais em vigas.

<b>CONTENÇÕES DE TRANSLAÇÃO NODAIS EM VIGAS</b>		
	<b>ABNT NBR 8800 (2008)</b>	<b>ANSI/AISC 360 (2005)</b>
<b>Resistência de cálculo</b>	$F_{br} = 0,02 \cdot \frac{M_{Sd} \cdot C_d}{h_o}$	$P_{br} = \frac{0,02 \cdot M_r \cdot C_d}{h_o}$
<b>Rigidez</b>	$S_{br} = \frac{10 \cdot \gamma_r \cdot M_{Sd} \cdot C_d}{L_{bb} \cdot h_o}$	$\beta_{br} = \frac{1}{\phi} \cdot \left( \frac{10 \cdot M_r \cdot C_d}{L_b \cdot h_o} \right)$

<p>Sendo:</p> <p><math>F_{br}</math> e <math>P_{br}</math> – força resistente de cálculo</p> <p><math>M_{Sd}</math> e <math>M_r</math> – momento fletor solicitante de cálculo</p> <p><math>C_d</math> – igual a 1,00 exceto para contenção em barras sujeitas à flexão com curvatura reversa que vale 2,00</p> <p><math>h_o</math> – distância entre os centros geométricos das mesas</p> <p><math>S_{br}</math> e <math>\beta_{br}</math> – rigidez necessária</p> <p><math>\gamma_r</math> – coeficiente de ponderação da rigidez, igual a 1,35</p> <p><math>\phi</math> – fator de segurança, igual a 0,75</p> <p><math>L_{bb}</math> e <math>L_b</math> – comprimento destravado, se há diferentes espaços entre contenções, adota-se o maior deles</p>
--

Fonte: Elaborado pela Autora (2023).

As fórmulas para as contenções de torção nodal em vigas são expostas no Quadro 06 abaixo.



Quadro 06: Fórmulas para contenções de torção nodal em vigas.

CONTENÇÕES DE TORÇÃO NODAL EM VIGAS		
	ABNT NBR 8800 (2008)	ANSI/AISC 360 (2005)
<b>Momento fletor resistente de cálculo</b>	$M_{br} = \frac{0,024 \cdot M_{sd} \cdot L}{n \cdot C_b \cdot L_{bb}}$	$M_{br} = \frac{0,024 \cdot M_r \cdot L}{n \cdot C_b \cdot L_b}$
<b>Rigidez</b>	$S_{Tb} = \frac{S_T}{\left(1 - \frac{S_T}{S_{sec}}\right)}$	$\beta_{Tb} = \frac{\beta_T}{\left(1 - \frac{\beta_T}{\beta_{sec}}\right)}$
<p>Sendo:</p> <p><math>M_{br}</math> – momento fletor resistente de cálculo  <math>M_{sd}</math> e <math>M_r</math> – momento fletor solicitante de cálculo  <math>L</math> – vão da viga  <math>n</math> – número de contenções nodais no interior do vão  <math>C_b</math> – fator de modificação para diagrama de momento fletor não-uniforme, definido nos itens 5.4.2.3 e 5.4.2.4 da ABNT NBR 8800 (2008)  <math>L_{bb}</math> e <math>L_b</math> – comprimento destravado, se há diferentes espaços entre contenções, adota-se o maior deles  <math>S_{Tb}</math> e <math>\beta_{Tb}</math> – rigidez de cálculo mínima de pórtico ou diafragma  <math>S_T</math> e <math>\beta_T</math> – rigidez da contenção, excluindo a distorção da alma da viga, dada por:</p> $S_T = \frac{2,4 \cdot \gamma_r \cdot L \cdot M_{sd}^2}{n \cdot E \cdot I_y \cdot C_b^2}$ $\beta_T = \frac{1}{\phi} \left( \frac{2,4 \cdot L \cdot M_r^2}{n \cdot E \cdot I_y \cdot C_b^2} \right)$ <p><math>\gamma_r</math> – coeficiente de ponderação da rigidez, igual a 1,35  <math>\phi</math> – fator de segurança, igual a 0,75  <math>E</math> – módulo de elasticidade do aço  <math>I_y</math> – momento de inércia da viga em relação ao eixo situado no plano de flexão  <math>S_{sec}</math> e <math>\beta_{sec}</math> – rigidez à distorção da alma da viga, incluindo o efeito dos enrijecedores transversais da alma, se existirem, dada por:</p> $S_{sec} = \frac{3,3 \cdot E}{h_o} \left( \frac{1,5 \cdot h_o \cdot t_w^3}{12} + \frac{t_{st} \cdot b_{st}^3}{12} \right)$ $\beta_{sec} = \frac{3,3 \cdot E}{h_o} \left( \frac{1,5 \cdot h_o \cdot t_w^3}{12} + \frac{t_s \cdot b_s^3}{12} \right)$ <p><math>h_o</math> – distância entre os centros geométricos das mesas  <math>t_w</math> – espessura da alma da viga  <math>t_{st}</math> e <math>t_s</math> – espessura do enrijecedor  <math>b_{st}</math> e <math>b_s</math> – largura do enrijecedor situado de um lado (usar duas vezes a largura do enrijecedor para pares de enrijecedor)</p>		

Fonte: Elaborado pela Autora (2023).

De acordo com as normas ABNT NBR 8800 (2008) e ANSI/AISC 360 (2005), se  $S_{Tb}$  e  $\beta_{Tb}$  resultarem valores negativos, isso indica que a contenção de torção da viga não é efetiva devido a uma inadequada rigidez à distorção da alma da viga.

Além disso essas normativas citam que quando houver necessidade de enrijecedor, ele deve ser estendido até a altura total da viga a ser contida e deve ser fixado à mesa se a contenção de torção também estiver fixada à mesa. Uma outra alternativa proposta é interromper o enrijecedor a uma distância de  $4 \cdot t_w$  de qualquer mesa da viga que não esteja diretamente fixada à contenção de torção. As fórmulas para as contenções de torção contínua em vigas são expostas no Quadro 07 abaixo.

Quadro 07: Fórmulas para contenções de torção contínua em vigas.

<b>CONTENÇÕES DE TORÇÃO CONTÍNUA EM VIGAS</b>		
	<b>ABNT NBR 8800 (2008)</b>	<b>ANSI/AISC 360 (2005)</b>
<b>Momento fletor resistente de cálculo</b>	$M_{br} = \frac{0,024 \cdot M_{Sd}}{C_b \cdot L_{bb}}$	$M_{br} = \frac{0,024 \cdot M_r}{C_b \cdot L_b}$
<b>Rigidez</b>	$S_{Tb} = \frac{S_T}{\left(1 - \frac{S_T}{S_{sec}}\right)}$	$\beta_{Tb} = \frac{\beta_T}{\left(1 - \frac{\beta_T}{\beta_{sec}}\right)}$

Sendo:

$M_{br}$  – momento fletor resistente de cálculo

$M_{sd}$  e  $M_r$  – momento fletor solicitante de cálculo

$C_b$  – fator de modificação para diagrama de momento fletor não-uniforme, definido nos itens 5.4.2.3 e 5.4.2.4 da ABNT NBR 8800 (2008)

$L_{bb}$  e  $L_b$  – comprimento destravado, se há diferentes espaços entre contenções, adota-se o maior deles

$S_{Tb}$  e  $\beta_{Tb}$  – rigidez de cálculo mínima de pórtico ou diafragma

$S_T$  e  $\beta_T$  – rigidez da contenção, excluindo a distorção da alma da viga, dada por:

$$S_T = \frac{2,4 \cdot \gamma_r \cdot M_{sd}^2}{E \cdot I_y \cdot C_b^2}$$

$$\beta_T = \frac{1}{\phi} \left( \frac{2,4 \cdot M_r^2}{E \cdot I_y \cdot C_b^2} \right)$$

$\gamma_r$  – coeficiente de ponderação da rigidez, igual a 1,35

$\phi$  – fator de segurança, igual a 0,75

$E$  – módulo de elasticidade do aço

$I_y$  – momento de inércia da viga em relação ao eixo situado no plano de flexão

$S_{sec}$  e  $\beta_{sec}$  – rigidez à distorção da alma da viga, incluindo o efeito dos enrijecedores transversais da alma, se existirem, dada por:

$$S_{sec} = \frac{3,3 \cdot E \cdot t_w^3}{12 \cdot h_o}$$

$$\beta_{sec} = \frac{3,3 \cdot E \cdot t_w^3}{12 \cdot h_o}$$

$h_o$  – distância entre os centros geométricos das mesas

$t_w$  – espessura da alma da viga

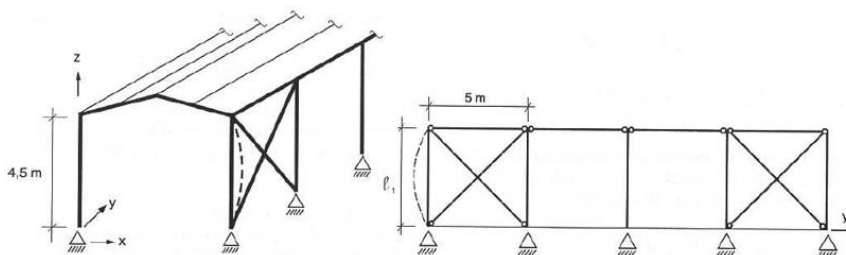
Fonte: Elaborado pela Autora (2023).

### **Exemplos numéricos**

Os exemplos têm como objetivo a determinação da área da seção transversal dos elementos ou a verificação de uma seção transversal frente a uma rigidez necessária. Os cálculos apresentados são decorrentes da função de contraventamento, portanto, caso o elemento seja submetido a carregamentos externos, seus efeitos devem ser acrescidos da função de contraventamento.

- **Contenção relativa em pilar metálico:** Suponha um galpão cujos pilares são feitos de aço com  $E = 20000 \text{ kN/cm}^2$  e possuem um esforço de compressão solicitante de  $N_{sd} = 80 \text{ kN}$  cada. Tal galpão possui contraventamento em X nas extremidades e deve-se considerar que cada sistema estabiliza 4 pilares, como mostra a Figura 02.

Figura 02: Galpão em estrutura metálica e contraventamento em x.



Fonte: Adaptado de Pfeil (2012).

Com as formulações da ABNT NBR 8800 (2008), expostas no Quadro 02, a força resistente de cálculo pode ser calculada a seguir.

$$F_{br} = 0,004 \cdot N_{Sd} = 0,004 \cdot (4 \cdot 80) = 1,28 \text{ kN}$$

Sendo  $T$  a força resistente de cálculo no tirante, temos que:

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{450}{500} \right) = 42^\circ \rightarrow T = \frac{F_{br}}{\cos \theta} = \frac{1,28}{\cos(42^\circ)} = 1,72 \text{ kN}$$

Seguindo com o Quadro 02, a rigidez necessária do elemento de contenção é determinada a seguir:

$$S_{br} = \frac{2 \cdot \gamma_r \cdot N_{Sd}}{L_{bc}} = \frac{2 \cdot 1,35 \cdot (4 \cdot 80)}{450} = 1,92 \text{ kN/cm}$$

Por fim, pelo Quadro 01, considerando o elemento de contraventamento como “barra inclinada engastada e apoiada submetida a força horizontal nos apoios”, a área necessária deste elemento pode ser calculada igualando o coeficiente de rigidez ( $k$ ) com a rigidez anteriormente calculada ( $S_{br}$ ).

$$k = \frac{A \cdot E}{L} \cdot \cos^2 \theta \rightarrow A = \frac{k \cdot L}{E \cdot \cos^2 \theta} = \frac{1,92 \cdot \sqrt{450^2 + 500^2}}{20000 \cdot \cos^2 42} = 0,12 \text{ cm}^2$$

Com base nas formulações da ANSI/AISC 360 (2005), também expostas no Quadro 02, os cálculos podem ser feitos da mesma forma que foi apresentado anteriormente. Os resultados obtidos utilizando essa norma são apresentados a seguir.

$$P_{br} = 1,28 \text{ kN}$$

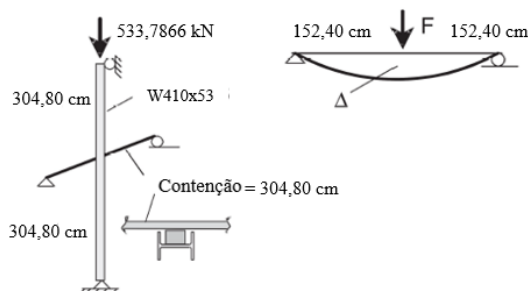
$$T = 1,72 \text{ kN}$$

$$\beta_{br} = 1,90 \text{ kN/cm}$$

$$A = 0,12 \text{ cm}^2$$

- **Contenção nodal em pilar metálico:** Admitindo um pilar metálico ( $W410x53$ ,  $E = 20000 \text{ kN/cm}^2$ ) com  $609,60 \text{ cm}$  de altura a ser contraventado no lado de menor eixo e na metade da sua altura por uma única contenção, como ilustra a Figura 03. Pode-se determinar a seção do elemento de contraventamento.

Figura 03: Pilar metálico com contenção nodal.



Fonte: Adaptado de Ziemian (2010).

Com as formulações da ABNT NBR 8800 (2008), expostas no Quadro 03, a força resistente de cálculo e a rigidez necessária podem ser calculadas a seguir.

$$F_{br} = 0,01 \cdot N_{Sd} = 0,01 \cdot 533,7866 = 5,34 \text{ kN}$$

$$S_{br} = \frac{2 \cdot \left(4 - \frac{2}{n}\right) \cdot \gamma_r \cdot N_{Sd}}{L_{bc}} = \frac{2 \cdot \left(4 - \frac{2}{1}\right) \cdot 1,35 \cdot 533,7866}{304,80} = 9,46 \text{ kN/cm}$$

Pelo Quadro 01, considerando o elemento como “barra biapoiada com uma força pontual no centro do vão”, o momento de inércia necessário do elemento de

contraentamento pode ser obtido igualando o coeficiente de rigidez ( $k$ ) com a rigidez anteriormente calculada ( $S_{br}$ ), conforme a seguir:

$$k = \frac{48 \cdot E \cdot I}{L^3} \rightarrow I = \frac{k \cdot L^3}{48 \cdot E} = \frac{9,46 \cdot 304,80^3}{48 \cdot 20000} = 278,95 \text{ cm}^4$$

Com as formulações da ANSI/AISC 360 (2005), também apresentadas no Quadro 03, a força resistente de cálculo pode ser calculada da mesma forma que foi apresentado anteriormente. Já a fórmula de rigidez necessária possui diferença entre as normativas, portanto, o cálculo é mostrado a seguir.

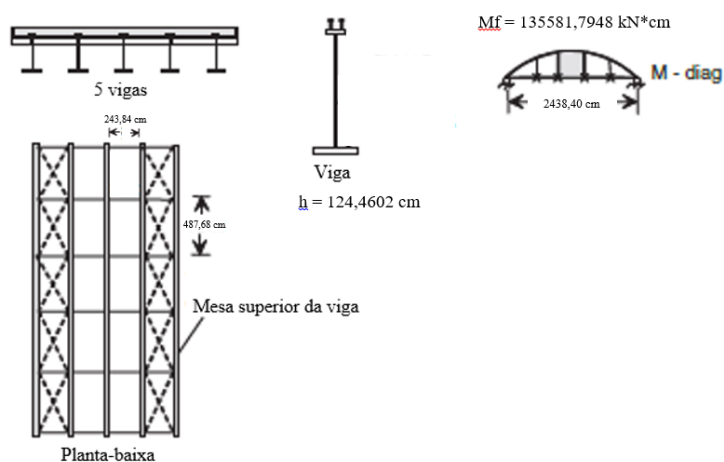
$$P_{br} = 5,34 \text{ kN}$$

$$\beta_{br} = \frac{1}{\phi} \cdot \left( \frac{8 \cdot P_r}{L_b} \right) = \frac{1}{0,75} \cdot \left( \frac{8 \cdot 533,7866}{304,80} \right) = 18,68 \text{ kN/cm}$$

$$I = 551,00 \text{ cm}^4$$

- **Contenção de translação relativa em vigas metálicas:** Dois sistemas de contenção em treliças  $E = 20000 \text{ kN/cm}^2$  posicionados horizontalmente na mesa superior de vigas, como mostra a Figura 04, são dimensionados para estabilizar metade da área de influência cada (2,5 vigas).

Figura 04: Exemplo de contenção relativa em vigas metálicas.



Fonte: Adaptado de Ziemian (2010).

Com as formulações da ABNT NBR 8800 (2008), expostas no Quadro 04 a força resistente de cálculo e a rigidez necessária podem ser calculadas a seguir.

$$F_{br} = 0,008 \cdot \frac{M_{Sd} \cdot C_d}{h_o} = 0,008 \cdot \frac{(2,5 \cdot 135581,7948) \cdot 1}{124,4602} = 21,79 \text{ kN}$$

$$S_{br} = \frac{4 \cdot \gamma_r \cdot M_{Sd} \cdot C_d}{L_{bb} \cdot h_o} = \frac{4 \cdot 1,35 \cdot (2,5 \cdot 135581,7948) \cdot 1}{487,68 \cdot 124,4602} = 30,16 \text{ kN/cm}$$

Pelo Quadro 01, considerando o elemento como “barra inclinada engastada e apoiada submetida a força horizontal nos apoios”, a área da seção necessária do elemento de contraventamento pode ser obtida igualando o coeficiente de rigidez ( $k$ ) com a rigidez anteriormente calculada ( $S_{br}$ ), conforme a seguir:

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{487,68}{243,84} \right) = 63,43^\circ$$

$$k = \frac{A \cdot E}{L} \cdot \cos^2 \theta \rightarrow A = \frac{k \cdot L}{E \cdot \cos^2 \theta} = \frac{30,16 \cdot \sqrt{487,68^2 + 243,84^2}}{20000 \cdot \cos^2 63,43} = 4,11 \text{ cm}^2$$

Com as formulações da ANSI/AISC 360 (2005), também expostas no Quadro 04, os cálculos podem ser feitos da mesma forma que foi apresentado anteriormente. Desta forma, os resultados obtidos utilizando essa norma são apresentados a seguir.

$$P_{br} = 21,79 \text{ kN}$$

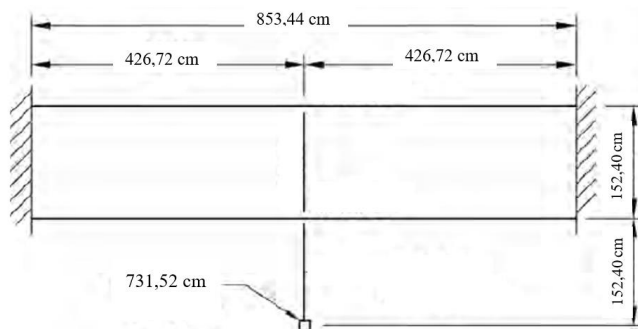
$$\beta_{br} = 29,78 \text{ kN/cm}$$

$$A = 4,06 \text{ cm}^2$$

- **Contenções nodais em vigas metálicas:** Suponha uma passarela com vão de 853,44 cm composta por duas vigas ( $E = 20000 \text{ kN/cm}^2$  e  $h_o = 30,23 \text{ cm}$ ), travadas à torção nas extremidades, com  $M_{Sd} = 3457,34 \text{ kN} \cdot \text{cm}$ , e contidas lateralmente por um sistema de contraventamento com uma escora ( $A = 18,58 \text{ cm}^2$ ) conectada no meio do vão da viga e fixada em uma coluna ( $I = 2942,76 \text{ cm}^4$ ), na metade da sua altura (365,76 cm), como mostra a Figura 05. Por meio dessas informações pode-se determinar se o

sistema de contraventamento tem a resistência e rigidez necessárias para conter a passarela lateralmente.

Figura 05: Planta baixa de uma passarela com vigas metálicas com contenção nodal.



Fonte: Adaptado de AISC (2019).

Utilizando as formulações da ABNT NBR 8800 (2008), dispostas no Quadro 05, a resistência de cálculo e a rigidez requerida podem ser calculadas a seguir.

$$F_{br} = 0,02 \cdot \frac{M_{Sd} \cdot C_d}{h_o} = 0,02 \cdot \frac{(2 \cdot 3457,34) \cdot 1}{30,23} = 4,58 \text{ kN}$$

$$S_{br} = \frac{10 \cdot \gamma_r \cdot M_{Sd} \cdot C_d}{L_{bb} \cdot h_o} = \frac{10 \cdot 1,35 \cdot (2 \cdot 3457,34) \cdot 1}{426,72 \cdot 30,23} = 7,24 \text{ kN/cm}$$

Para determinar se o sistema de contenção (escora + coluna) tem rigidez adequada para conter lateralmente as vigas, calcula-se a rigidez de cada elemento de maneira separada e a rigidez do sistema advém da consideração que os elementos estão em série e assim pode ser obtida pela fórmula a seguir:

$$\frac{1}{\beta} = \frac{1}{\beta_{escora}} + \frac{1}{\beta_{coluna}}$$

De acordo com o Quadro 01 a escora é considerada como uma “barra submetida a força axial” então sua rigidez pode ser calculada a seguir:

$$k_{escora} = \frac{A \cdot E}{L} = \frac{18,58 \cdot 20000}{152,40} = 2438,40 \text{ kN/cm}$$



A coluna pode ser considerada como uma “barra biapoiada com uma força pontual no meio do vão” e sua rigidez vale:

$$k_{coluna} = \frac{48 \cdot E \cdot I}{L^3} = \frac{48 \cdot 20000 \cdot 2942,76}{731,52^3} = 7,22 \text{ kN/cm}$$

Por fim a rigidez do sistema pode ser obtida conforme a seguir:

$$\frac{1}{\beta} = \frac{1}{\beta_{escora}} + \frac{1}{\beta_{coluna}} = \frac{1}{2438,40} + \frac{1}{7,22} = 0,14 \text{ cm/kN}$$

$$\beta = 7,20 \text{ kN/cm} < S_{br} = 7,24 \text{ kN/cm}$$

Este fato indica que a rigidez do sistema não faz a contenção das vigas da passarela. A partir disso, utilizando as formulações da ANSI/AISC 360 (2005), encontradas também no Quadro 05, os cálculos podem ser feitos da mesma forma que foi apresentado anteriormente e os resultados são apresentados a seguir.

$$P_{br} = 4,58 \text{ kN}$$

$$\beta_{br} = 7,15 \text{ kN/cm}$$

$$k_{escora} = 2438,40 \text{ kN/cm}$$

$$k_{coluna} = 7,22 \text{ kN/cm}$$

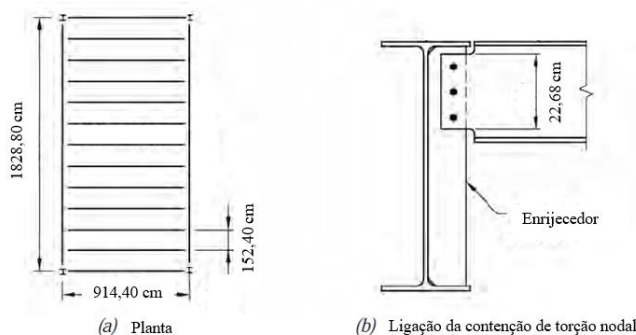
$$\beta = 7,20 \text{ kN/cm} > \beta_{br} = 7,15 \text{ kN/cm}$$

Este fato indica que a rigidez do sistema atende a rigidez necessária para conter as vigas da passarela.

- **Contenções de torção em vigas metálicas:** Suponha um sistema de cobertura composto por terças (W310x52,  $I_x = 12778,30 \text{ cm}^4$ ) espaçadas 152,40 cm entre si e que suportam um sistema de cobertura de painéis que não pode ser utilizado como diafragma. Como mostra a Figura 06, as terças têm um vão de 914,40 cm e são apoiadas em vigas VS750x134 ( $h_o = 73,41 \text{ cm}$ ,  $t_w = 1,19 \text{ cm}$ ,  $I_y = 4786,66 \text{ cm}^4$ ) com 1828,80 cm de comprimento e  $M_{Sd} = 79315,35 \text{ kN} \cdot \text{cm}$ . Por meio dessas informações pode-se

determinar a largura do enrijecedor ( $t_{st} = 0,95 \text{ cm}$ ) que seja suficiente para contribuir para a contenção à torção da viga. Dados:  $E = 20000 \text{ kN/cm}^2$  para todos os elementos.

Figura 06: Planta de cobertura e detalhe da ligação da contenção de torção nodal.



Fonte: Adaptado de AISC (2019).

Com as formulações da ABNT NBR 8800 (2008), expostas no Quadro 06 o momento fletor resistente de cálculo e a rigidez necessária podem ser calculadas a seguir.

$$M_{br} = \frac{0,024 \cdot M_{sd} \cdot L}{n \cdot C_b \cdot L_{bb}} = \frac{0,024 \cdot 79315,35 \cdot 1828,80}{11 \cdot 1 \cdot 152,40} = 2076,62 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

$$S_T = \frac{2,4 \cdot \gamma_r \cdot L \cdot M_{sd}^2}{n \cdot E \cdot I_y \cdot C_b^2} = \frac{2,4 \cdot 1,35 \cdot 1828,80 \cdot 79315,35^2}{11 \cdot 20000 \cdot 4786,66 \cdot 1^2} = 35397,32 \text{ kN} \cdot \text{cm/rad}$$

A partir do cálculo da rigidez da contenção ( $S_T$ ) temos que verificar a necessidade de enrijecedores. Para a rigidez de cálculo mínima de pórtico ou diafragma ( $S_{Tb}$ ) resultar em valor positivo, a rigidez à distorção da alma da viga ( $S_{sec}$ ) tem que ser maior que a rigidez da contenção. Desta forma a rigidez à distorção da alma da viga ainda sem os enrijecedores pode ser determinada:

$$S_{sec} = \frac{3,3 \cdot E}{h_o} \left( \frac{1,5 \cdot h_o \cdot t_w^3}{12} \right) = \frac{3,3 \cdot 20000}{73,41} \left( \frac{1,5 \cdot 73,41 \cdot 1,19^3}{12} \right) \\ = 14036,26 \text{ kN} \cdot \text{cm/rad}$$

Como  $S_{sec} = 14036,26 \text{ kN} \cdot \text{cm/rad} < S_T = 35397,32 \text{ kN} \cdot \text{cm/rad}$ , é necessário colocar enrijecedores. De acordo com o Quadro 01 a terça é considerada como

uma “barra biapoçada com 2 cargas pontuais iguais e simetricamente posicionadas” então sua rigidez pode ser calculada a seguir:

$$k = \frac{6 \cdot E \cdot I}{L} = \frac{6 \cdot 20000 \cdot 12778,30}{152,40} = 10061657,30 \text{ kN/cm} = S_{Tb}$$

A partir disso deve-se calcular a rigidez à distorção da alma da viga necessária para depois determinar a largura do enrijecedor para conter a torção da viga. A rigidez à distorção da alma da viga pode ser determinada desenvolvendo a fórmula de rigidez exposta no Quadro 06, desta forma temos:

$$S_{Tb} = \frac{S_T}{\left(1 - \frac{S_T}{S_{sec}}\right)} \rightarrow \frac{1}{S_{Tb}} = \frac{1 - \frac{S_T}{S_{sec}}}{S_T} \rightarrow \frac{1}{S_{Tb}} = \frac{1}{S_T} - \frac{\frac{S_T}{S_{sec}}}{S_T} \rightarrow \frac{1}{S_{Tb}} = \frac{1}{S_T} + \frac{1}{S_{sec}}$$

$$\frac{1}{35397,32} = \frac{1}{10061657,30} + \frac{1}{S_{sec}} \rightarrow S_{sec} = 35522,28 \text{ kN/cm}$$

A largura do enrijecedor pode ser determinada a seguir:

$$S_{sec} = \frac{3,3 \cdot E}{h_o} \left( \frac{1,5 \cdot h_o \cdot t_w^3}{12} + \frac{t_{st} \cdot b_{st}^3}{12} \right)$$

$$35522,28 = \frac{3,3 \cdot 20000}{73,41} \left( \frac{1,5 \cdot 73,41 \cdot 1,19^3}{12} + \frac{0,95 \cdot b_{st}^3}{12} \right)$$

$$b_{st} = 6,70 \text{ cm}$$

Com as formulações da ANSI/AISC 360 (2005), expostas também no Quadro 06, os cálculos podem ser feitos da mesma forma que foi apresentado anteriormente. Os resultados obtidos utilizando essa norma são apresentados a seguir.

$$M_{br} = 2076,62 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

$$k_{terça} = 10061657,30 \text{ kN/cm} = \beta_{Tb}$$

$$\beta_T = 34960,31 \text{ kN} \cdot \text{cm/rad}$$

$$\beta_{sec} = 35082,21 \text{ kN/cm}$$

$$\beta_{sec} = 14036,26 \text{ kN} \cdot \text{cm/rad, sem}$$

$$b_{st} = 6,66 \text{ cm}$$

enrijecedor

## Resultados

Para a contenção relativa em pilar metálico, os resultados advindos das duas normativas se apresentam bem semelhantes, com uma diferença de 1,25%, fato que se repete nos exemplos de contenção de translação relativa e nodal em vigas. Essa diferença entre normas atinge um valor ainda menor no exemplo de contenções de torção, com diferença de 0,69%, caso que não se repete no exemplo de contenção nodal em pilar metálico, cuja diferença é de 97,53%.

### **Conclusão**

Diante dos quadros apresentados no decorrer do artigo, é notório que as normativas se apresentam muito semelhantes, com exceção das fórmulas para a rigidez de contenção nodal em pilares. Com a resolução dos exemplos notou-se que os resultados apresentados de área e momento de inércia, de modo geral, são iguais quando obtidos pelas duas normativas. No caso da rigidez nodal em pilares, a norma americana se apresenta mais conservadora com uma diferença de 97,53% em relação a brasileira.

É válido destacar o exemplo sobre contenções nodais em vigas metálicas, visto que, ao fazer a verificação da rigidez requerida para conter as vigas e a rigidez dos elementos de contenção, esta é atendida pela ANSI/AISC 360 (2005), mas não é atendida pela ABNT NBR 8800 (2008). Isto pode ser justificado pelo fato de o coeficiente de ponderação da rigidez ( $\gamma_r$ ) disposto na norma brasileira ser maior do que o fator de segurança ( $\phi$ ) da norma americana, confirmando conservadorismo à ABNT NBR 8800 (2008).

### **Referências**

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. **ANSI/AISC 360: Specification for Structural Steel Buildings**. Chicago. 2005.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. **AISC Steel Construction Manual: Design Examples**. Volume: 1. Versão 15.1. 985p. Estados Unidos da América. 2019. Disponível em: [https://www.aisc.org/globalassets/aisc/manual/v15.1-companion/v15.1\\_vol-1\\_design-examples.pdf](https://www.aisc.org/globalassets/aisc/manual/v15.1-companion/v15.1_vol-1_design-examples.pdf). Acesso em: 22 de maio de 2023.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7190: Projeto de estruturas de madeira, Parte 1: Critérios de dimensionamento**. Rio de Janeiro. 2022.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas de aço e concreto de edifícios**. Rio de Janeiro. 2008.

FRUCHTENGARTEN, Jairo. **Sobre o estudo da flambagem lateral de vigas de aço por meio da utilização de uma teoria não-linear geometricamente exata**. Orientador: Julio Fruchtengarten. 2005. 251 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3144/tde-10102005-222432/en.php>. Acesso em: 24 maio 2023.

PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de aço: dimensionamento prático**. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de madeira: dimensionamento segundo a norma brasileira NBR 7190/97 e critérios das normas norte-americana NDS e europeia EUROCODE 5**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

PINEDO, Luis Manuel Sánchez. **Fórmulas de Rigidez**. [S. l.], 2021. Disponível em: <https://pt.scribd.com/document/514401347/Formula-de-Rigidez-en-Vigas>. Acesso em: 20 de maio 2023.

WINTER, G. **Lateral Bracing of Columns and Beams**, Trans. ASCE, Vol. 125. Part 1, pp. 809-825, 1960.

ZIEMIAN, R. D. **Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures**. 6. ed. USA: John Wiley & Sons, Inc., 2010. 1078 p. ISBN 978-0-470-08525-7.