

PROGRAMA *ONLINE* PARA CÁLCULO DE PROPRIEDADES DE SEÇÕES TRANSVERSAIS – MÓDULOS PARA RETANGULARES E CIRCULARES

Maria Eduarda dos Santos AGUIAR¹

Graduanda em Engenharia Civil
IFSP, *Campus* Votuporanga

Gustavo Cabrelli NIRSCHL²

Docente do curso de Engenharia Civil
IFSP, *Campus* Votuporanga

RESUMO

Este artigo apresenta o IFSEÇÃO, um programa *online* que calcula as propriedades geométricas de seções transversais e seus módulos para retangulares e circulares. O *software* foi desenvolvido para auxiliar no entendimento das rotinas computacionais dessas propriedades, permitindo que professores, alunos e profissionais possam usá-lo para fins educacionais e práticos. O IFSEÇÃO possui um elemento *Canvas* que desenha as seções transversais escolhidas pelo usuário em escala, além de gerar tabelas com os valores dos parâmetros calculados e relatório em PDF com a rotina de cálculo. Os resultados obtidos foram satisfatórios e atenderam às expectativas, mostrando que o programa pode ser uma ferramenta útil para tornar as aulas e conteúdos mais próximos à aplicação computacional pelos estudantes.

Palavras-chave: programa *online*; propriedades geométricas; seções transversais

ONLINE PROGRAM FOR CALCULATING GEOMETRIC PROPERTIES OF CROSS-SECTIONS - RECTANGULAR AND CIRCULAR MODULES

ABSTRACT

This paper presents IFSEÇÃO, an online program that calculates the geometric properties and modules of rectangular and circular cross-sections. The software was developed to aid in understanding the computational routines of these properties, allowing teachers, students, and professionals to use it for educational and practical purposes. IFSEÇÃO features a Canvas element that draws the user's chosen cross-sections to scale, as well as generating tables with the values of the calculated parameters and a PDF report with the calculation routine. The results obtained were satisfactory and met expectations, demonstrating that the program can be a useful tool in making classes and content more closely aligned with computational applications for students.

Keyword: online program; geometric properties; cross-sections.

Introdução

A compreensão das propriedades geométricas das seções transversais de elementos estruturais lineares assume importância crucial para a Engenharia Civil. Essas propriedades fazem parte do dimensionamento de peças estruturais. O livro de Beer e

¹ Endereço eletrônico: maria.aguiar@aluno.ifsp.edu.br

² Endereço eletrônico: nirschl@ifsp.edu.br

Johnston (1995) ressalta a relevância das grandezas denominadas tensões, que se distribuem ao longo das seções transversais de um corpo, no processo de dimensionamento e avaliação da capacidade resistente de barras e outros elementos estruturais. Nesse sentido, o conhecimento das características geométricas das figuras que constituem essas seções transversais é fundamental.

Como exemplo de aplicação das propriedades geométricas de uma seção transversal, no que diz respeito ao projeto de vigas, o livro de Beer e Johnston (1995) destaca a importância de se escolher o material e as dimensões da seção transversal de forma a garantir que a estrutura não falhe sob uma determinada carga. Além disso, como parte da análise estrutural, os autores apresentam a determinação dos valores máximos de momento fletor (M) e força cortante (V). Para o dimensionamento da viga, é necessário garantir que as tensões normais (σ) e cisalhantes (τ) atuantes sejam menores do que as tensões admissíveis do material, estabelecidas por meio de testes e normas técnicas. No caso de uma viga prismática, ou seja, uma viga reta com seção transversal uniforme, submetida à ação de carregamento transversal (flexão simples reta - FSR), as tensões são determinadas pelos autores da seguinte forma:

$$\sigma_{FSR} = \frac{M}{I} * y \quad (1)$$

$$\tau_{FSR} = \frac{V * M_s}{I * b} \quad (2)$$

Em que:

- I é o momento de inércia da área da seção transversal com relação à linha neutra;
- y é a distância a partir da linha neutra na seção transversal;
- Ms é o momento estático da área localizada acima ou abaixo da linha neutra, na seção transversal;
- b é a largura da seção transversal.

Com o objetivo de detalhar essas características, um módulo de programa *online* foi desenvolvido para calcular as propriedades geométricas de seções transversais retangulares e circulares de elementos estruturais. O resultado é um relatório em formato PDF, útil tanto para estudantes quanto para profissionais da Engenharia Civil. O projeto

contempla uma ampla gama de propriedades geométricas, desde conceitos básicos como área, até conceitos mais avançados, como momento de inércia polar.

O programa chamado de IFSEÇÃO está publicado no site³ do NEVE (Núcleo de Engenharia Virtual e Experimental) do Instituto Federal de São Paulo campus Votuporanga. Existem programas on-line que calculam essas propriedades, mas ou não têm uma vasta gama de parâmetros ou não apresentam relatório detalhado. Exemplos são: Engiobra – Rodrigues (2023), e Optimal Beam (2023).

Propriedades geométricas de seções transversais

No programa, foram consideradas as seguintes propriedades:

1. Área

De acordo com Melconian (2012), a equação 3 calcula a área de uma seção transversal retangular, em que b é a base e h é a altura da seção (ver Figura 1), e a área de uma seção transversal circular é dada pela equação 4, onde D representa o diâmetro da seção (ver Figura 1).

$$S_{ret} = b \times h \quad (3)$$

$$S_{circ} = \frac{\pi \times D^2}{4} \quad (4)$$

2. Centróide

De acordo com CESAD (2021), o centroide é o ponto que define o centro geométrico de uma forma geométrica. Além disso, existem outros parâmetros relacionados ao centroide, como o centro de massa, que é o ponto onde toda a massa do corpo é concentrada para cálculos de vários efeitos. Quando a estrutura tem peso específico e espessura constante, o centroide, o centro de gravidade e o centro de massa coincidem, indicando que a estrutura é constituída de um só material homogêneo.

De acordo com Beer e Johnston (1995), em uma estrutura linear submetida à flexão simples reta, a linha neutra atravessa o centroide da seção transversal, o que define o ponto necessário para calcular o valor de " y " na equação 1.

³ <https://vtp.ifsp.edu.br/nev/ifsecao/ifsecao.html>

Segundo Melconian (2012), para seções transversais retangulares, o centroide é representado pela equação 5 (considerando a origem no canto inferior esquerdo, conforme a Figura 1).

$$Acg_{ret} = \frac{b}{2} \quad e \quad Bcg_{ret} = \frac{h}{2} \quad (5)$$

Já para seções transversais circulares, o centroide é representado pela equação 6 (considerando a origem no canto inferior esquerdo, conforme a Figura 1).

$$Acg_{circ} = Bcg_{circ} = \frac{D}{2} \quad (6)$$

3. Centro de torção

O centro de torção, também conhecido como centro de cisalhamento ou centro de cortante, é um ponto na seção transversal em que qualquer esforço cortante que passe por ele não produzirá momento torçor, segundo Beer, Johnston e Eisenberg (2011). Para seções transversais simétricas, caso das seções retangular e circular, o centro de torção coincide com o centro de gravidade.

4. Momento de Inércia

O momento de inércia axial é uma propriedade geométrica da seção transversal que contribui para medir a resistência à deformação ou ao tombamento em relação a um eixo de uma barra. De acordo com Beer e Johnston (1995), por exemplo, o momento de inércia axial aparece na equação 1. Assim, quanto maior o momento de inércia, menor a tensão atuante no caso de flexão simples reta.

Considerando o eixo que passa pelo centro de gravidade e os parâmetros ilustrados na Figura 1, no caso de uma seção transversal retangular, Melconian (2012) afirma que o momento de inércia é dado pela equação 7. Já para uma seção transversal circular, o momento de inércia pode ser calculado utilizando a equação 8.

$$Ix_{ret} = \frac{b \times h^3}{12} \quad e \quad Iy_{ret} = \frac{h \times b^3}{12} \quad (7)$$

$$Ix_{circ} = \frac{\pi \times D^4}{64} = Iy_{circ} \quad (8)$$

5. Módulo Resistente

De acordo com Beer e Johnston (1995), o módulo resistente ou módulo da seção ou módulo resistente elástico da seção transversal é definido como a relação de "I/y" (que aparece, por exemplo, na equação 1), mas com y sendo a coordenada máxima ($y_{máx}$) em relação ao centroide (equação 9). Assim, a tensão normal atuante máxima, na flexão simples reta, pode ser calculada pela equação 10, que é inversamente proporcional ao módulo resistente. Portanto, uma viga deve ser projetada com o maior valor possível de W.

$$W = \frac{I}{y_{máx}} \quad (9)$$

$$\sigma_{FSRmáx} = \frac{M}{W} \quad (10)$$

Melconian (2012) apresenta a equação 11 para o cálculo do módulo resistente de uma seção transversal retangular, e para a seção transversal circular, o mesmo autor apresenta a equação 12:

$$W_{x_{ret}} = \frac{b \times h^2}{6} \quad e \quad W_{y_{ret}} = \frac{h \times b^2}{6} \quad (11)$$

$$W_{x_{circ}} = \frac{\pi \times D^3}{32} = W_{y_{circ}} \quad (12)$$

Assim, o conhecimento do módulo resistente é essencial para o projeto e dimensionamento de vigas e estruturas em geral, garantindo que elas sejam seguras e capazes de suportar as cargas a que serão submetidas.

6. Módulo Resistente Plástico

O módulo resistente plástico, também conhecido como módulo de resistência plástico ou módulo resistente da seção plastificada, é descrito por Beer e Johnston (1995) por meio da equação 13. No caso de uma viga de seção retangular, o módulo resistente plástico pode ser calculado pela equação 14, onde o parâmetro é essencialmente geométrico.

$$Z = \frac{M_p}{\sigma_e} \quad (13)$$

Em que:

- M_p é o momento de plastificação do material da estrutura, em determinada seção transversal;
- σ_e é a tensão de escoamento do material da estrutura, em determinada seção transversal.

$$Z_{RET} = \frac{by_{m\acute{a}x}^2\sigma_e}{\sigma_e} = \frac{bh^2}{4} \quad (14)$$

Em que:

- b é a largura da seção transversal retangular;
- h é a altura da seção transversal retangular.

O valor de Z pode ser utilizado, por exemplo, para calcular o momento de plastificação, que é o momento a partir do qual a seção entra no regime plástico, conforme explicam Beer e Johnston (1995). Para tal, basta inverter a equação 13, conhecida a tensão de escoamento do material da estrutura em uma determinada seção transversal.

No caso de uma seção transversal circular, Guanabara (2010) apresenta a equação 15 para o cálculo do módulo resistente plástico.

$$Z_{circ} = \frac{D^3}{6} \quad (15)$$

7. Momentos Principais de Inércia

Conforme Beer, Johnston e Eisenberg (2011), os momentos principais de inércia e os ângulos de rotação para os eixos relacionados são dados pelas equações 16 e 17, respectivamente, para uma seção de formato genérico

$$I_{m\acute{a}x,m\acute{i}n} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \sqrt{\frac{I_x - I_y}{2} + I_{xy}^2} \quad (16)$$

$$\tan 2\theta_m = -\frac{2I_{xy}}{I_x - I_y} \quad (17)$$

8. Momento Polar de Inércia

Segundo Beer, Johnston e Eisenberg (2011), o momento polar de inércia, também conhecido como momento de inércia à torção, é uma importante característica em problemas relacionados à torção. Em ambos os casos (seção retangular ou circular), quanto maior o valor de J , mais resistente a seção transversal será à torção. Em geral,

objetos com maior momento polar de inércia têm maior rigidez torsional e são capazes de resistir a cargas de torção mais intensas.

O momento polar de inércia para seções retangulares e circulares, de acordo com Melconian (2012), é dado pela equação 18, onde I_x e I_y são, respectivamente, o momento de inércia em x e y da seção transversal.

$$J = I_x + I_y \quad (18)$$

9. Produto de inércia

De acordo com Beer, Johnston e Eisenberg (2011), o produto de inércia é uma medida da assimetria da distribuição de massa de um corpo em relação a um par de eixos com origem no seu baricentro (centro de gravidade da seção). Para ambas as seções transversais, retangular e circular, o produto de inércia é nulo, conforme Melconian (2012).

10. Momento estático

O momento estático é utilizado por Beer e Johnston (1995) para calcular a tensão cisalhante em casos de flexão simples reta conforme a equação 2. Quanto mais simétrica for a seção transversal, menor será o momento estático e, conseqüentemente, menor será a tensão tangencial atuante. De acordo com Gaspar (2005), o momento estático máximo (no centro da seção) é representado pela equação 19.

$$M_{sx} = B_{CG} \times S \quad e \quad M_{sy} = A_{CG} \times S \quad (19)$$

As equações do centroide e da área foram definidas nas equações 3 e 4, 5 e 6. Substituindo esses valores na equação anterior, obtemos as equações 20 e 21.

$$M_{sx_{ret}} = \frac{b \times h^2}{2} \quad e \quad M_{sy_{ret}} = \frac{h \times b^2}{2} \quad (20)$$

$$M_{sx_{circ}} = \frac{D^3}{12} = M_{sy_{circ}} \quad (21)$$

11. Raio de Giração

O raio de giração, também conhecido como raio de inércia, é definido por Beer, Johnston e Eisenberg (2011) como a distância da faixa concentrada hipotética da área da seção, estreita e paralela a um eixo, obtida de modo que esta faixa tenha o mesmo

momento de inércia em relação ao eixo. Como exemplo de aplicação, no cálculo da tensão crítica de flambagem numa barra, Beer e Johnston (1995) apresentam a equação 22, que utiliza o raio de giração (equação 23).

$$\sigma_{CF} = \frac{\pi^2 E}{(L_{FL}/r)^2} \quad (22)$$

$$r = \sqrt{\frac{I}{S}} \quad (23)$$

Em que:

- E é o módulo de elasticidade do material da estrutura;
- LFL é o comprimento de flambagem da peça;
- r é o raio de giração da seção transversal da peça.

Observa-se na equação 24 que, quanto maior o raio de giração, maior será a tensão crítica de flambagem, que é a tensão que, se atingida pela tensão atuante, leva à flambagem da peça. Portanto, o aumento do raio de giração é favorável ao dimensionamento em relação à flambagem. A equação 23 leva ao comentário de que, quanto maior a relação do momento de inércia sobre a área da seção, maior será o raio de giração.

Melconian (2012) apresenta a equação 24 para o raio de giração de uma seção transversal retangular e a equação 25 para a seção transversal circular.

$$r_{x_{ret}} = \frac{h \times \sqrt{3}}{6} \quad e \quad r_{y_{ret}} = \frac{b \times \sqrt{3}}{6} \quad (24)$$

$$r_{x_{circ}} = \frac{D}{4} = r_{y_{circ}} \quad (25)$$

12. Fator de Forma

O fator de forma é um parâmetro adimensional que representa a relação entre a forma geométrica de uma seção transversal e sua área, este parâmetro é de grande importância na análise estrutural, pois permite avaliar como diferentes formas geométricas de uma seção transversal afetam o comportamento da estrutura. De acordo com Beer e Johnston (1995), ele pode ser calculado pela equação 26.

$$k = \frac{Z}{W} \quad (26)$$

Para uma seção retangular, por exemplo, o fator de forma é igual a 1,5, calculado substituindo as equações 11 e 14 na equação 26. Já para a seção circular, o fator de forma é igual a 1,70, calculando substituindo as equações 12 e 15 na equação 26.

13. Constante de Empenamento

Segundo Guanabara (2010), o coeficiente de empenamento é uma propriedade geométrica dos perfis que está relacionada com a rigidez ao empenamento transversal, ele permite avaliar a resistência de perfis à deformação por empenamento, o que é importante para a garantia da estabilidade e segurança estrutural. O autor retrata que a fórmula para o cálculo da constante de empenamento (C_w) de uma seção transversal retangular é dada pela equação 27.

$$C_w = \frac{1}{3} \times b \times h^3 \quad (27)$$

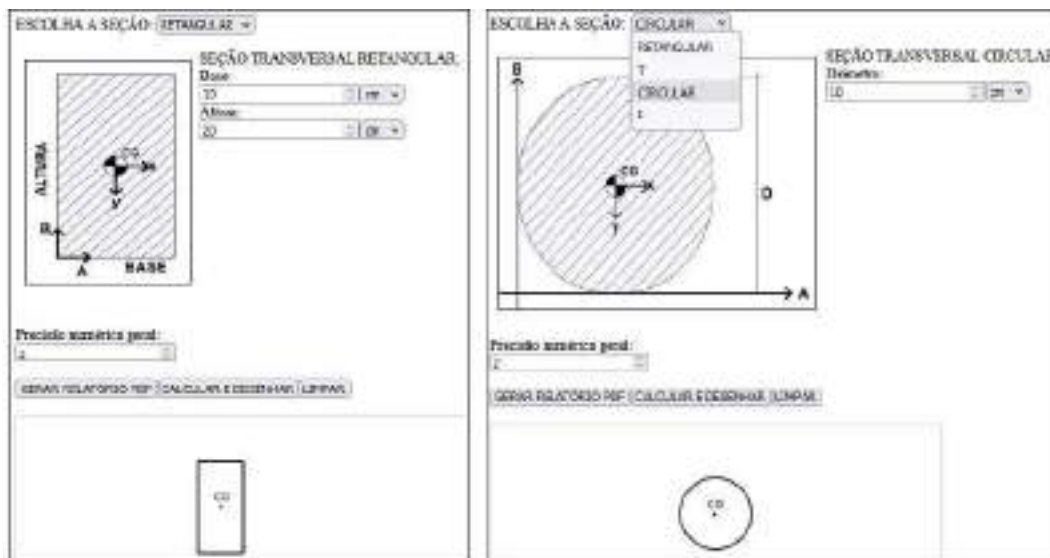
De acordo com Beer, Johnston e Eisenberg (2011), a constante de empenamento para uma seção circular é zero, uma vez que, durante a torção de um perfil circular, todas as fibras da seção se deformam de forma uniforme, o que não causa empenamento.

O Programa IFSEÇÃO

Um grupo de pesquisa registrado no CNPq, do qual este trabalho faz parte, tem desenvolvido programas capazes de não apenas calcular, mas também demonstrar todo o procedimento realizado em relatórios gerados no formato PDF, os quais podem auxiliar tanto professores quanto alunos no aprendizado. Para isso, utilizam-se as linguagens de programação web HTML/JavaScript para a criação de programas disponíveis online. Um destes programas é o IFSEÇÃO. Este programa apresenta cálculos e teoria das propriedades geométricas de seções transversais, dividido em módulos que possibilitam a resolução de uma ou mais seções transversais por projeto. Neste artigo, apresentam-se os módulos de seções transversais retangulares e circulares.

A implementação é apresentada como uma tela inicial (Figura 1), que se encontra acessível em qualquer navegador de internet. Tal sistema é incorporado à página do grupo de pesquisa NEVE (Núcleo de Engenharia Virtual e Experimental - <https://vtp.ifsp.edu.br/nev/ifsecao/ifsecao.html>), do qual este trabalho é parte integrante.

Figura 1 – Tela inicial para os dois módulos.



Fonte: O próprio autor (2023).

Além dos dados geométricos de entrada da seção transversal, foi desenvolvido um campo denominado "Precisão numérica geral", que concede ao usuário a oportunidade de selecionar a precisão numérica dos valores calculados.

O programa incorpora três botões: "Gerar Relatório PDF", responsável pela geração de um arquivo PDF (Figuras 4 e 5) que contém todos os parâmetros calculados e descritos; "Calcular e Desenhar", que demonstra a seção transversal no elemento *Canvas* (tela) – (Figura 1) e uma tabela (Figuras 2 e 3) com os valores das propriedades; e "Limpar", que elimina a figura e a tabela da seção transversal selecionada. O campo "Escolha a seção" possibilita ao usuário selecionar a seção transversal a ser calculada, conforme apresentado na Figura 1.

Figura 2 – Tela de resultados gerados para uma Seção Transversal Retangular de 10cm x 20cm.

Propriedades	Resultado	Unidades	Outros nomes em português	Nome em inglês	Equação	Exemplo
Área	200.00	cm ²		Área	Melconian (2012)	Rodrigues (2023)
A Centro de Gravidade	5.00	cm	Centróide	Centroid	Melconian (2012)	Rodrigues (2023)
B Centro de Gravidade	10.00	cm	Centróide	Centroid	Melconian (2012)	Rodrigues (2023)
A Centro de Torção	5.00	cm	Centro de Cisalhamento	Torsion Center	Beer, Johnston e Eisenberg (2011)	
B Centro de Torção	10.00	cm	Centro de Cisalhamento	Torsion Center	Beer, Johnston e Eisenberg (2011)	
Ix Momento de Inercia	6666.67	cm ⁴	Momento de Inercia Axial	Moment of Inertia	Melconian (2012)	Rodrigues (2023)
Iy momento de Inercia	1666.67	cm ⁴	Momento de Inercia Axial	Moment of Inertia	Melconian (2012)	Rodrigues (2023)
Wx Módulo Resistente	666.67	cm ³	Módulo da Seção	Section Modulus	Melconian (2012)	Rodrigues (2023)
Wy Módulo Resistente	333.33	cm ³	Módulo da Seção	Section Modulus	Melconian (2012)	Rodrigues (2023)
Z Módulo Resistente Plástico	1000.00	cm ³	Módulo de resistência Plástico	Plastic section Modulus	Beer e Johnston (1995)	Optimalbeam(2023)
Imáx Momento principal de Inércia máximo	4216.67	cm ⁴		Maximum Main Moment of Inertia	Beer, Johnston e Eisenberg (2011)	
Imin Momento principal de Inércia mínimo	4116.67	cm ⁴		Minimum Main Moment of Inertia	Beer, Johnston e Eisenberg (2011)	
J Momento Polar de Inércia	8333.33	cm ⁴	Momentode Inércia a Torção	Polar Moment of Inertia	Melconian (2012)	Rodrigues (2023)
Ixy Produto de Inercia	0.00			Product of inertia	Melconian (2012)	Haach (2023)
Msx Momento Estático máximo em x	2000.00	cm ³		Static Moment	Gaspar (2005)	
Msy Momento Estático máximo em y	1000.00	cm ³		Static Moment	Gaspar (2005)	
ix Raio de Giração	5.77	cm	Raio de Inércia	Radius of Gyration	Melconian (2012)	Rodrigues (2023)
iy Raio de Giração	2.89	cm	Raio de Inércia	Radius of Gyration	Melconian (2012)	Rodrigues (2023)
Fator de Forma	1.50			Form Factor	Beer e Johnston (1995)	
Cw Constante de Empenamento	26666.67	cm ⁴	Coefficiente de Empenamento	Warping Constant	Guanabara (2010)	

Fonte: O próprio autor (2023).

Figura 3 – Tela dos resultados gerados para uma Seção Transversal Circular de 10cm de diâmetro.

Propriedades	Resultado	Unidades	Outros nomes em português	Nome em inglês	Equação	Exemplo
Área	78.54	cm ²		Área	Melconian (2012)	Rodrigues (2023)
A Centro de Gravidade	5.00	cm	Centróide	Centroid	Melconian (2012)	Rodrigues (2023)
B Centro de Gravidade	5.00	cm	Centróide	Centroid	Melconian (2012)	Rodrigues (2023)
A Centro de Torção	5.00	cm	Centro de Cisalhamento	Torsion Center	Beer, Johnston e Eisenberg (2011)	
B Centro de Torção	5.00	cm	Centro de Cisalhamento	Torsion Center	Beer, Johnston e Eisenberg (2011)	
Ix Momento de Inercia	490.87	cm ⁴	Momento de Inercia Axial	Moment of Inertia	Melconian (2012)	Rodrigues (2023)
Iy momento de Inercia	490.87	cm ⁴	Momento de Inercia Axial	Moment of Inertia	Melconian (2012)	Rodrigues (2023)
Wx Módulo Resistente	98.17	cm ³	Módulo da Seção	Section Modulus	Melconian (2012)	Rodrigues (2023)
Wy Módulo Resistente	98.17	cm ³	Módulo da Seção	Section Modulus	Melconian (2012)	Rodrigues (2023)
Z Módulo Resistente Plástico	166.67	cm ³	Módulo de resistência Plástico	Plastic section Modulus	Guanabara(2010)	Optimalbeam(2023)
Imáx Momento principal de Inércia máximo	490.87	cm ⁴		Maximum Main Moment of Inertia	Beer, Johnston e Eisenberg (2011)	
Imin Momento principal de Inércia mínimo	490.87	cm ⁴		Minimum Main Moment of Inertia	Beer, Johnston e Eisenberg (2011)	
J Momento Polar de Inércia	981.75	cm ⁴	Momentode Inércia a Torção	Polar Moment of Inertia	Melconian (2012)	Rodrigues (2023)
Ixy Produto de Inercia	0.00			Product of inertia	Melconian (2012)	Haach (2023)
Msx Momento Estático máximo em x	83.33	cm ³		Static Moment	Gaspar (2005)	
Msy Momento Estático máximo em y	83.33	cm ³		Static Moment	Gaspar (2005)	
ix Raio de Giração	2.50	cm	Raio de Inércia	Radius of Gyration	Melconian (2012)	Rodrigues (2023)
iy Raio de Giração	2.50	cm	Raio de Inércia	Radius of Gyration	Melconian (2012)	Rodrigues (2023)
Fator de Forma	1.70			Form Factor	Beer e Johnston (1995)	
Cw Constante de Empenamento	0.00	cm ⁴	Coefficiente de Empenamento	Warping Constant	Beer, Johnston e Eisenberg (2011)	

Fonte: O próprio autor (2023).

centróide da seção transversal.

Segundo Melconian (2012), no caso da seção transversal circular, o centróide está representado pela equação abaixo (considerando a origem no canto inferior esquerdo):

$$ACg = b/2$$

$$BCg = h/2$$

Temos:

$$A \text{ Centro de Gravidade} = 10.00 / 2 = 5.00 \text{ cm}$$

$$B \text{ Centro de Gravidade} = 20.00 / 2 = 10.00 \text{ cm}$$

Centro de Torção

O centro de torção (ou centro de cisalhamento ou centro de cortante) é tal que, segundo Beer, Johnston e Eisenberg (2011), qualquer esforço cortante que passe por ele não produzirá momento torçor na seção transversal. Para seções transversais simétricas, coincide com o centro de gravidade.

Como a seção transversal retangular é simétrica, para o cálculo de centro de torção a equação é a mesma do Centróide.

Portanto:

$$A_{tor} = b/2$$

$$B_{tor} = a/2$$

Temos:

$$A \text{ Centro de Torção} = 10.00 / 2 = 5.00 \text{ cm}$$

$$B \text{ Centro de Torção} = 20.00 / 2 = 10.00 \text{ cm}$$

Momento de Inércia

O momento de inércia (também chamado de momento de inércia axial) é uma característica geométrica da seção transversal que contribui para se medir a resistência ao tombamento (ou à deformação) em relação a um eixo de uma barra e aparece, por exemplo, conforme Beer e Johnston (1995), na equação a seguir:

$$\sigma_{FSR} = \frac{M}{I} * y$$

Portanto, quanto maior o momento de inércia, menor a tensão atuante no caso de flexão simples reta.

Segundo Melconian (2012), no caso de seção transversal retangular usa a equação abaixo em relação ao eixo que passa pelo centro de gravidade:

$$I_x = (b \times h^3) / 12$$

$$I_y = (h \times b^3) / 12$$

Temos:

$$I_x = (10.00 \times 20.00^3) / 12 = 6666.67 \text{ cm}^4$$

$$I_y = (20.00 \times 10.00^3) / 12 = 1666.67 \text{ cm}^4$$

Módulo Resistente

Beer e Johnston (1995) chamam de módulo resistente ou módulo da seção ou módulo resistente elástico da seção transversal a divisão de "I/y" porem, como y como sendo a coordenada máxima (ymáx) em relação ao centróide, tem se:

$$W = \frac{I}{y_{máx}}$$

Desta forma, a tensão normal atuante máxima, na flexão simples reta, no exemplo, é dada pela equação a seguir, sendo inversamente proporcional ao módulo resistente, de modo que, por exemplo, uma viga deve ser projetada com o maior valor de W possível.

$$\sigma_{FSR_{m\acute{a}x}} = \frac{M}{W}$$

Melconian (2012) afirma que para uma seção transversal retangular o Módulo Resistente é dado pelas equações:

$$W_x = (b \times h^2) / 6$$

$$W_y = (h \times b^2) / 6$$

Temos:

$$W_x = (10.00 \times 20.00^2) / 6 = 666.67 \text{ cm}^3$$

$$W_y = (20.00 \times 10.00^2) / 6 = 333.33 \text{ cm}^3$$

Módulo Resistente Plástico

O módulo resistente plástico ou módulo de resistência plástico ou módulo resistente da seção plastificada, conforme Beer e Johnston (1995), é dado pela equação:

$$Z = \frac{M_p}{\sigma_e}$$

Em que:

- M_p é o momento de plastificação do material da estrutura, em determinada seção transversal;
- σ_e é a tensão de escoamento do material da estrutura, em determinada seção transversal.

O valor de Z pode ser usado, por exemplo, conforme Beer e Johnston (1995), para calcular o momento de plastificação (momento atuante a partir do qual a seção entra no regime plástico), invertendo a equação acima, conhecida a tensão de escoamento do material da estrutura, em determinada seção transversal. Beer e Johnston (1995) exemplificam o caso de uma viga de seção retangular resultando no módulo resistente plástico da equação a seguir, onde se percebe que o parâmetro se torna essencialmente geométrico.

$$Z = (b \times y_{max}^2 \times \sigma_e) / \sigma_e = (b \times h^2) / 4$$

Temos:

$$Z \text{ Módulo Resistente Plástico} = (10.00 \times 20.00^2) / 4 = 1000.00 \text{ cm}^3$$

Momento Polar de Inércia

Segundo Beer, Johnston e Eisenberg (2011), o momento polar de inércia, também conhecido como momento de inércia à torção, é uma importante característica em problemas relacionados à torção. No caso da seção retangular, quanto maior o valor de J, mais resistente a seção transversal será à torção. Em geral, objetos com maior momento polar de inércia têm maior rigidez torsional e são capazes de resistir a cargas de torção mais intensas. O momento polar de inércia para seções retangulares de acordo com Melconian (2012) é dado pela equação:

$$J = I_x + I_y$$

Temos:

$$J = 6666.67 + 1666.67 = 8333.33 \text{ cm}^4$$

Momentos Principais de Inércia

Conforme Beer, Johnston e Eisenberg (2011), os momentos principais de inércia, para uma seção de formato genérico são dados pelas equações:

$$I_{m\acute{a}x,m\acute{i}n} = (I_x + I_y) / 2 \pm \sqrt{((I_x - I_y) / 2)^2 + I_{xy}^2}$$

Temos:

$$I_{m\acute{a}x} = (6666.67 + 1666.67) / 2 + \sqrt{((6666.67 - 1666.67) / 2)^2 + 0.002^2} = 4216.67 \text{ cm}^4$$

$$I_{m\acute{i}n} = (6666.67 + 1666.67) / 2 - \sqrt{((6666.67 - 1666.67) / 2)^2 + 0.002^2} = 4216.67 \text{ cm}^4$$

Produto de Inércia

Conforme Beer, Johnston e Eisenberg (2011), o produto de inércia mede a anti-simetria da distribuição de massa de um corpo em relação a um par de eixos com origem em seu baricentro.

Segundo Melconian (2012), para a seção transversal retangular, o produto de inércia é dado por:

$$J_{xy} = 0$$

Temos:

$$J_{xy} \text{ Produto de Inércia} = 0.00$$

Momento Estático

O momento estático (Ms) aparece, em exemplos de Beer e Johnston (1995) sobre o cálculo da tensão cisalhante atuante no caso da flexão simples reta, dado pela equação a seguir:

$$\tau_{FSR} = \frac{V \cdot Ms}{I \cdot b}$$

Assim, fisicamente, quanto maior a simetria de uma seção, menor o momento estático e, por consequência, menor a tensão tangencial atuante.

Segundo Gaspar (2005) o Momento estático máximo (no centro da seção) é representado pela equação abaixo:

$$Ms_x = y_{CG} \times S \quad e \quad Ms_y = x_{CG} \times S$$

Para a seção transversal retangular, foram definidas anteriormente a equação do centróide e da área.

Substituindo-as na equação anterior, temos as equações:

$$Ms_x = (h / 2) \times (b \times h) \rightarrow Ms_x = (b \times h^2) / 2$$

$$Ms_y = (b / 2) \times (b \times h) \rightarrow Ms_y = (h \times b^2) / 2$$

Temos:

$$Ms \text{ Centro Estático } x = (10.00 \times 20.00^2) / 2 = 2000.00 \text{ cm}^3$$

$$Ms \text{ Centro Estático } y = (20.00 \times 10.00^2) / 2 = 1000.00 \text{ cm}^3$$

Raio de Giração

Também conhecido como raio de inércia, conforme Beer, Johnston e Eisenberg (2011) retrata a distância da faixa concentrada hipotética da área da seção, estreita e paralela a um eixo, obtida de modo que esta faixa tenha o mesmo momento de inércia em relação ao eixo. Como exemplo, Beer e Johnston (1995) apresentam para o cálculo da tensão crítica de flambagem numa barra, a equação a seguir:

$$\sigma_{CF} = \frac{\pi^2 E}{(L_{FL}/r)^2}$$

Em que:

- E é o módulo de elasticidade do material da estrutura;
- LFL é o comprimento de flambagem da peça;
- r é o raio de giração da seção transversal da peça.

Equação da qual se utiliza do raio de giração, representado pela equação:

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

Analisando-se a equação para o cálculo da tensão crítica de flambagem numa barra, nota-se que, quanto maior o raio de giração, maior a tensão crítica de flambagem, que é a tensão que, se atingida pela tensão atuante, leva à flambagem da peça. Então, o aumento do raio de giração é favorável ao dimensionamento quanto à flambagem.

A equação do raio de giração mostra que, quanto maior a relação do momento de inércia sobre a área da seção, maior o raio de giração.

Melconian (2012) apresenta o raio de giração de uma seção transversal retangular sendo:

$$r_x = (h \times \sqrt{3}) / 6$$

$$r_y = (b \times \sqrt{3}) / 6$$

Temos:

$$r_x \text{ Raio de giração } x = (20.00 \times \sqrt{3}) / 6 = 5.77\text{cm}$$

$$r_y \text{ Raio de giração } y = (10.00 \times \sqrt{3}) / 6 = 2.89\text{cm}$$

Fator de Forma

O fator de forma, segundo Beer e Johnston (1995), é a relação dada pela equação:

$$k = \frac{z}{w}$$

Trata-se de um parâmetro adimensional e, por exemplo, para uma seção retangular como demonstrado a seguir, vale 1,50, conforme Beer e Johnston (1995).

$$k = \frac{bh^2}{\frac{4}{6}bh^2}$$

$$k = \frac{bh^2}{4} \times \frac{6}{bh^2} = \frac{4}{6} = 1,5$$

Constante de Empenamento

Segundo Guanabara (2010), o coeficiente de empenamento é uma propriedade geométrica dos perfis que está relacionada com a rigidez ao empenamento transversal, ele permite avaliar a resistência de perfis à deformação por empenamento, o que é importante para a garantia da estabilidade e segurança estrutural. O autor retrata que a fórmula para o cálculo da constante de empenamento (Cw) de uma seção transversal retangular é dada pela equação

$$C_w = 1/3 \times b \times h^3$$

Temos:

$$C_w = 1/3 \times 10.00 \times 20.00^3 = 26666.67 \text{ cm}^4$$

Referências Bibliográficas

BEER, F. P., JOHNSTON, E. R., EISENBERG, E. R. Mecânica vetorial para engenheiros - Estática. 9ª ed. McGraw Hill. São Paulo, 2011.

BEER, F.P.; JOHNSTON, E.R.Jr. Resistência dos materiais. 3.ed. Makron Books. São Paulo, 1995.

CESAD. CENTRO DE EDUCAÇÃO SUPERIOR A DISTÂNCIA (ed.). Centróide, centro gravidade e centro de massa de um corpo. In: CENTRO DE EDUCAÇÃO SUPERIOR A DISTÂNCIA. [S. l.], 8 jan. 2021. Disponível em: https://cesad.ufs.br/ORBI/public/uploadCatalogo/15254715102012Instrumentacao_para_o_Ensino_de_Fisica_I_Aula_2.pdf. Acesso em: 8

5 de 6

nov. 2021.

GASPAR, Ricardo. Mecânica dos Materiais. Notas de aula da disciplina Resistência dos Materiais (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Nove de Julho. São Paulo. 2005.

GUANABARA, Matheus Kerkhoff. DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS METÁLICAS: ROTINA COMPUTACIONAL PARA SELEÇÃO DE PERFIS METÁLICOS. 2010. Trabalho de Diplomação (Bacharelado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2010. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/28583/000769204.PDF>. Acesso em: 12 maio 2022.

HAACH, Vladimir G. SECTTRANS. Disponível em: https://set.eesc.usp.br/?page_id=237. Acesso em: 22 mar. 2023.

MELCONIAN, S. Mecânica técnica e resistência dos materiais. 19. ed. São Paulo: Érica, 2012.

OPTIMAL BEAM. Section Properties Calculator. Disponível em: <https://optimalbeam.com/section-properties.php>. Acesso em: 22 de mar. 2023.

RODRIGUES, Ricardo. Cálculo das propriedades das seções transversais. Engiobra. Disponível em: <https://engiobra.com/calculadoras/secoes-transversais/>. Acesso em: 22 mar. 2023.

Fonte: O próprio autor (2023).

Figura 5 –Relatório em formato PDF gerado para uma seção transversal circular de diâmetro 10 cm.

PDF GENERATED BY THE DOCUMENT CONVERTER THE PDF REPORT HAS TURNED UP IN (http://www.pdfcrowd.com/convert-to-pdf) (PDF - GENERATE HTML FROM TRANSLATED FILE) OR (http://www.pdfcrowd.com/convert-to-pdf) (SELECT DOCUMENTS - PDF - BUT ONLY TRANSLATED TEXT)

NEV - Núcleo de Engenharia Virtual
Título: Programa Online para cálculo e estudo de propriedades geométricas de seções transversais triangulares e circulares
Autor: Maria Eduarda dos Santos Aguiar
Orientador: Prof. Gustavo Cabrali Nardelli
Tipo: Iniciação Científica com Bolsa Institucional
Curso: Engenharia Civil
Data de versão original: 30/11/2022
Data de última atualização: 30/11/2022
Data de geração do relatório: 2/5/2023

CÁLCULO DE PROPRIEDADES DE SEÇÕES

Diâmetro: $D = 10.00 \text{ cm}$

Área
 Como exemplo, dependendo da forma da seção transversal, pode-se calcular sua área total subdividindo-a em retângulos ou círculos, cujas áreas são classicamente determinadas.
 Conforme Beer e Johnston (1995), num elemento estrutural linear submetido a ação axial, a área da seção transversal é aplicada no cálculo da tensão normal atuante, dada pela equação a seguir:

$$\sigma_{\text{axial}} = \frac{F}{S}$$

Em que:
 F é a força axial atuante.
 Sendo assim, quanto maior a área da seção transversal (S), menor a tensão atuante no caso de ação axial.
 Para calcular a área de uma seção transversal circular é segundo Melconian (2012) a equação a seguir, onde D é o diâmetro da seção transversal circular:

$$S = (\pi D^2) / 4$$

Temos:
 $S = (\pi \times 10.00^2) / 4 = 78.54 \text{ cm}^2$

Centróide
 Segundo CESAD (2021), o centróide é o ponto no interior de uma forma geométrica que define seu centro geométrico. É importante definir ainda outros parâmetros que podem se relacionar com o centróide: o centro de massa é o ponto onde pode ser pensado que toda a massa do corpo está concentrada para o cálculo de vários efeitos. O centróide, o centro de gravidade e o centro de massa coincidem quando a estrutura tem peso específico e espessura constante, ou seja, quando é constituída de um só material

1 de 6

homogêneo.
 Conforme Beer e Johnston (1995), na flexão simples reta de uma estrutura linear, o eixo neutro passa pelo centróide da seção transversal.
 Segundo Melconian (2012), no caso da seção transversal circular, o centróide está representado pela equação abaixo (considerando a origem no canto inferior esquerdo,):
 $AC_g = BC_g = D/2$
 A Centro de Gravidade = $10.00 / 2 = 5.00 \text{ cm}$
 B Centro de Gravidade = $10.00 / 2 = 5.00 \text{ cm}$



$$\sigma_{FSR_{m\acute{a}x}} = \frac{M}{W}$$

Melconian (2012) afirma que, para uma seção transversal circular, o Módulo Resistente é dado pela seguinte equação:

$$W_x = (\pi \times D^3) / 32 = W_y$$

Temos:

$$W_x \text{ Módulo Resistente } x = (\pi \times 10.00^3) / 32 = 98.17 \text{ cm}^3$$

$$W_y \text{ Módulo Resistente } y = (\pi \times 10.00^3) / 32 = 98.17 \text{ cm}^3$$

Módulo Resistente Plástico

O módulo resistente plástico ou módulo de resistência plástico ou módulo resistente da seção plastificada, conforme Beer e Johnston (1995), é dado pela equação:

$$Z = \frac{M_p}{\sigma_e}$$

Em que:

- M_p é o momento de plastificação do material da estrutura, em determinada seção transversal;
 - σ_e é a tensão de escoamento do material da estrutura, em determinada seção transversal.
- O valor de Z pode ser usado, por exemplo, conforme Beer e Johnston (1995), para calcular o momento de plastificação (momento atuante a partir do qual a seção entra no regime plástico), invertendo a equação acima, conhecida a tensão de escoamento do material da estrutura, em determinada seção transversal.

Para seção circular, segundo Guanabara (2010), o módulo resistente plástico é dado pela equação:

$$Z = D^3/6$$

Temos:

$$Z \text{ Módulo Resistente Plástico } = 10.00^3 / 6 = 166.67 \text{ cm}^3$$

Momentos Principais de Inércia

Conforme Beer, Johnston e Eisenberg (2011), os momentos principais de inércia, para uma seção de formato genérico são dados pelas equações:

$$I_{m\acute{a}x,m\acute{i}n} = (I_x + I_y)/2 \pm \sqrt{((I_x - I_y)/2)^2 + I_{xy}^2}$$

Temos:

$$I_{m\acute{a}x} = (490.87 + 490.87)/2 + \sqrt{(((490.87 - 490.87)/2)^2 + 0.002^2)} = 490.87 \text{ cm}^4$$

$$I_{m\acute{i}n} = (490.87 + 490.87)/2 - \sqrt{(((490.87 - 490.87)/2)^2 + 0.002^2)} = 490.87 \text{ cm}^4$$

Momento Polar de Inércia

Segundo Beer, Johnston e Eisenberg (2011), o momento polar de inércia, também conhecido como momento de inércia à torção, é uma importante característica em problemas relacionados à torção. No caso da seção circular, quanto maior o valor de J, mais resistente a seção transversal será à torção. Em geral, objetos com maior momento polar de inércia têm maior rigidez torsional e são capazes de resistir a cargas de torção mais intensas. O momento polar de inércia para seções retangulares de acordo com Melconian (2012) é dado pela equação:

$$J = I_x + I_y$$

Temos:

$$J = 490.87 + 490.87 = 981.75 \text{ cm}^4$$

Produto de Inércia

Conforme Beer, Johnston e Eisenberg (2011), o produto de inércia mede a anti-simetria da distribuição de

3 de 6

massa de um corpo em relação a um par de eixos com origem em seu baricentro.

Segundo Melconian (2012), para a seção transversal circular, o produto de inércia é dado por:

$$J_{xy} = 0$$

Temos:

$$J_{xy} \text{ Produto de Inércia} = 0.00$$

Momento Estático

O momento estático (Ms) aparece, em exemplos de Beer e Johnston (1995) sobre o cálculo da tensão cisalhante atuante no caso da flexão simples reta, dado pela equação a seguir:

$$\tau_{FSR} = \frac{V \cdot M_s}{I \cdot b}$$

Assim, fisicamente, quanto maior a simetria de uma seção, menor o momento estático e, por consequência, menor a tensão tangencial atuante.

Segundo Gaspar (2005) o Momento estático máximo (no centro da seção) é representado pela equação abaixo:

$$M_{sx} = y_{CG} \times S \quad e \quad M_{sy} = x_{CG} \times S$$

Para a seção transversal circular, Gaspar (2005) define o Momento estático sendo representado pela equação:

$$M_{sx} = D^3 / 12 = M_{sy}$$

Temos:

$$M_s \text{ Centro Estático } x = 10.00^3 / 12 = 83.33 \text{ cm}^3$$

$$M_s \text{ Centro Estático } y = 10.00^3 / 12 = 83.33 \text{ cm}^3$$

Raio de Giração

Também conhecido como raio de inércia, conforme Beer, Johnston e Eisenberg (2011) retrata a distância da faixa concentrada hipotética da área da seção, estreita e paralela a um eixo, obtida de modo que esta faixa tenha o mesmo momento de inércia em relação ao eixo. Como exemplo, Beer e Johnston (1995) apresentam para o cálculo da tensão crítica de flambagem numa barra, a equação a seguir:

$$\sigma_{CF} = \frac{\pi^2 E}{(L_{FL}/r)^2}$$

Em que:

- E é o módulo de elasticidade do material da estrutura;
- LFL é o comprimento de flambagem da peça;
- r é o raio de giração da seção transversal da peça.

Equação da qual se utiliza do raio de giração, representado pela equação:

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

Analisando-se a equação para o cálculo da tensão crítica de flambagem numa barra, nota-se que, quanto maior o raio de giração, maior a tensão crítica de flambagem, que é a tensão que, se atingida pela tensão

4 de 6

Considere uma viga homogênea de seção constante de eixo de simetria z e comprimento L . A viga é submetida a uma carga distribuída q atuando no plano xy . A viga é apoiada em uma extremidade e livre na outra.

A equação da linha elástica da viga é dada por:

$$EI \frac{d^4 w}{dx^4} = q$$

onde w é o deslocamento transversal, E é o módulo de elasticidade e I é o momento de inércia da seção transversal.

A solução geral da equação da linha elástica é dada por:

$$w(x) = \frac{q}{24EI} x^4 + C_1 x^3 + C_2 x^2 + C_3 x + C_4$$

onde C_1, C_2, C_3 e C_4 são constantes de integração.

Aplicando as condições de contorno e de continuidade, obtém-se o sistema de equações:

$$\begin{cases} w(0) = 0 \\ w(L) = 0 \\ w'(0) = 0 \\ w'(L) = 0 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema de equações, obtém-se as constantes de integração e a equação da linha elástica da viga.

A equação da linha elástica da viga é dada por:

$$w(x) = \frac{q}{24EI} x^4 - \frac{qL}{12EI} x^3 + \frac{qL^2}{8EI} x^2 - \frac{qL^3}{6EI} x$$

onde $w(x)$ é o deslocamento transversal em função da posição x ao longo da viga.

Referências Bibliográficas

HAACH, Vladimir G. S. *SECTTRANS*. Disponível em: https://set.eesc.usp.br/?page_id=237. Acesso em: 22 mar. 2023.

MELCONIAN, S. *Mecânica técnica e resistência dos materiais*. 19. ed. São Paulo: Érica, 2012.

OPTIMAL BEAM. *Section Properties Calculator*. Disponível em: <https://optimalbeam.com/section-properties.php>. Acesso em: 22 de mar. 2023.

RODRIGUES, Ricardo. *Cálculo das propriedades das seções transversais*. Engiobra. Disponível em: <https://engiobra.com/calculadoras/secoes-transversais/>. Acesso em: 22 mar. 2023.

Fonte: O próprio autor (2023).

Conclusão

O IFSEÇÃO resultou em uma interface intuitiva e de fácil uso que se apresenta como uma ferramenta valiosa para apoiar estudantes, professores e profissionais na compreensão dos parâmetros geométricos das seções retangular e circular e sua aplicação prática em projetos e cálculos estruturais. O relatório em PDF gerado pelo programa possibilita um aprendizado mais completo e abrangente.

Referências

BEER, F. P., JOHNSTON, E. R., EISENBERG, E. R. **Mecânica vetorial para engenheiros - Estática**. 9^a ed. McGraw Hill. São Paulo, 2011.

BEER, F.P.; JOHNSTON, E.R.Jr. **Resistência dos materiais**. 3.ed. Makron Books. São Paulo, 1995.

CESAD. CENTRO DE EDUCAÇÃO SUPERIOR A DISTÂNCIA (ed.). **Centroide, centro gravidade e centro de massa de um corpo**. In: **CENTRO DE EDUCAÇÃO SUPERIOR A DISTÂNCIA**. [S. l.], 8 jan. 2021. Disponível em: https://cesad.ufs.br/ORBI/public/uploadCatalogo/15254715102012Instrumentacao_para_o_Ensino_de_Fisica_I_Aula_2.pdf. Acesso em: 8 nov. 2021.

GASPAR, Ricardo. **Mecânica dos Materiais**. Notas de aula da disciplina Resistência dos Materiais (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Nove de Julho. São Paulo. 2005.

GUANABARA, Matheus Kerkhoff. **DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS METÁLICAS: ROTINA COMPUTACIONAL PARA SELEÇÃO DE PERFIS METÁLICOS**. 2010. Trabalho de Diplomação (Bacharelado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2010. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/28583/000769204.PDF>. Acesso em: 12 maio 2022.

HAACH, Vladimir G. **SECTRANS**. Disponível em: https://set.eesc.usp.br/?page_id=237. Acesso em: 22 mar. 2023.

MELCONIAN, S. **Mecânica técnica e resistência dos materiais**. 19. ed. São Paulo: Érica, 2012.

OPTIMAL BEAM. **Section Properties Calculator**. Disponível em: <https://optimalbeam.com/section-properties.php>. Acesso em: 22 de mar. 2023.

RODRIGUES, Ricardo. **Cálculo das propriedades das seções transversais**. Engiobra. Disponível em: <https://engiobra.com/calculadoras/secoes-transversais/>. Acesso em: 22 mar. 2023.